# Chapitre 1 : Analyse des Mécanismes

**<u>Hypothèse préliminaire :</u> Dans tout ce cours, toutes les pièces seront considérées comme des solides indéformables, sans masse, et les liaisons parfaites**

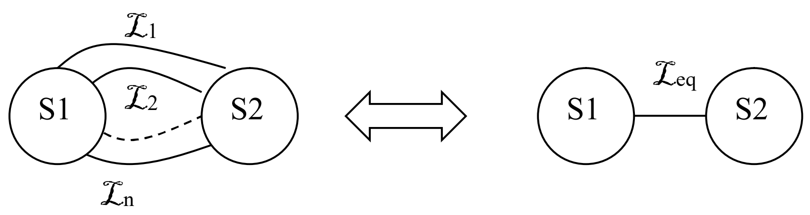
## 1. Liaisons équivalentes (rappels)

<u>Objectif :</u> L'objectif de cette première partie est de montrer des méthodes pour déterminer des liaisons équivalentes à plusieurs liaisons montées en série où en parallèle.

### 1.1. Par la cinématique

- Liaisons en parallèles

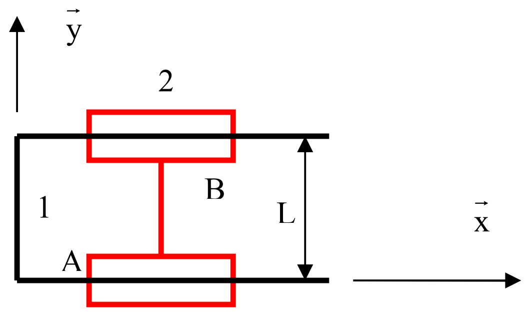
Soit deux solides S1 et S2 liés par n liaisons $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, … $\mathcal{L}_i$, …, $\mathcal{L}_n$, chacune définie par son torseur cinématique : $V^i_{2/1} = {}_P\left\{ \overrightarrow{\Omega^i_{2/1}} \quad \overrightarrow{V^i_{P,2/1}} \right\}$. Le torseur cinématique de la liaison équivalente $\mathcal{L}_{eq}$ est tel que $V^{Leq}_{2/1} = V^{L1}_{2/1} = V^{L2}_{2/1} = \ldots = V^{Li}_{2/1} = \ldots = V^{Ln}_{2/1}$.

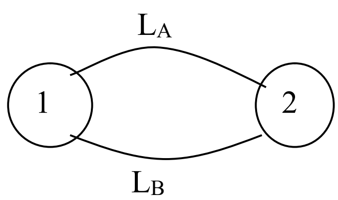



| Le torseur cinématique de la liaison équivalente à des liaisons en parallèles entre deux solides est égal à tous les torseurs cinématiques des différentes liaisons. |
|---|

Pour égaler terme à terme les différents torseurs, il faut les exprimer au même point et dans la même base de calcul.

<u>Exemple 1 :</u>



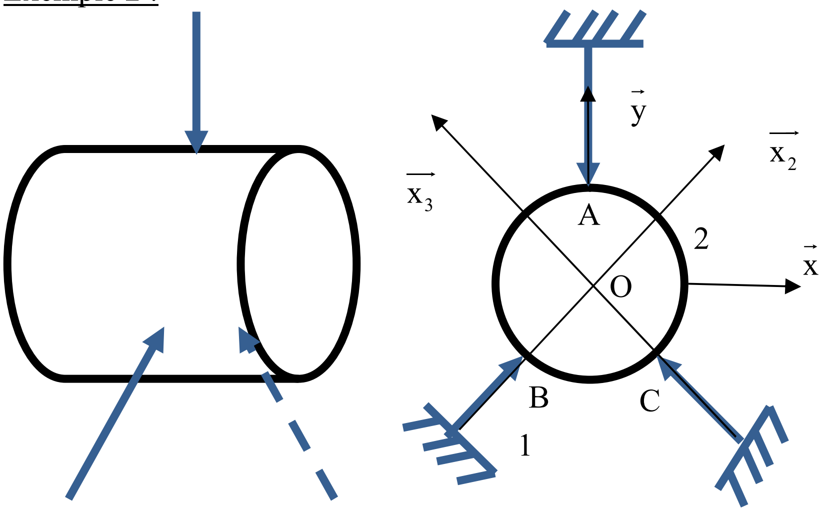



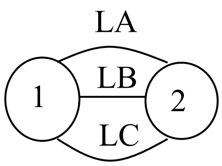

On pose $\overrightarrow{AB} = L\vec{y}$.

$$V^{L_A}_{2/1} = {}_A\left\{\begin{matrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}, \quad V^{L_B}_{2/1} = {}_B\left\{\begin{matrix} \omega_{xB} & V_{xB} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix} \omega_{xB} & V_{xB} & & 0 & & \omega_{xB} \\ 0 & 0 & + & L & \wedge & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & & 0 \end{matrix}\right\} = {}_A\left\{\begin{matrix} \omega_{xB} & V_{xB} \\ 0 & 0 \\ 0 & -L.\omega_{xB} \end{matrix}\right\}$$

On en déduit : $V_{2/1}^{L_A} = V_{2/1}^{L_B}$ donc : $\left\{\begin{matrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix} \omega_{xB} & V_{xB} \\ 0 & 0 \\ 0 & L.\omega_{xB} \end{matrix}\right\}_A$ et donc : $\left\{\begin{matrix} \omega_{xA} = \omega_{xB} \\ V_{xA} = V_{xB} \\ 0 = L.\omega_{xB} \end{matrix}\right.$. On en déduit $\omega_{xA} = \omega_{xB} = 0$ et $V_{xA} = V_{xB}$ donc le torseur de la liaison équivalente est : $V_{2/1}^{L_{eq}} = \left\{\begin{matrix} 0 & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_A$. Ceci est le torseur cinématique d'une liaison glissière.

Exemple 2 :




Avec :

LA : liaison ponctuelle de normale $\vec{y}$.

LB : liaison ponctuelle de normale $\vec{x_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}$

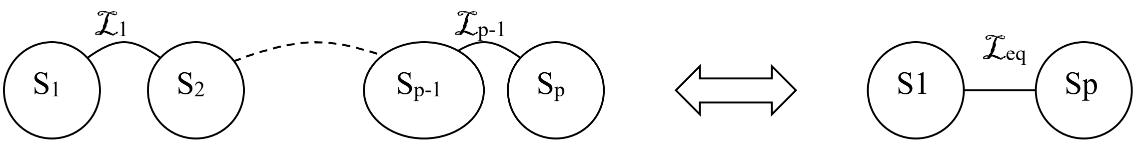
LC : liaison ponctuelle de normale $\vec{x_3} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{y}$

$V_{2/1}^{L_A} = \left\{\begin{matrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ \omega_{yA} & 0 \\ \omega_{zA} & V_{zA} \end{matrix}\right\}_O$, $V_{2/1}^{L_B} = \left\{\begin{matrix} \omega_{xB} & V_{xB} \\ \omega_{yB} & -V_{xB} \\ \omega_{zB} & V_{zB} \end{matrix}\right\}_O$, $V_{2/1}^{L_C} = \left\{\begin{matrix} \omega_{xC} & V_{xC} \\ \omega_{yC} & V_{xC} \\ \omega_{zC} & V_{zC} \end{matrix}\right\}_O$. On en déduit :

$V_{2/1}^{eq} = \left\{\begin{matrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & V_z \end{matrix}\right\}_O$ : on reconnaît le torseur d'une liaison linéaire annulaire d'axe $(O,\vec{z})$.

- Liaisons en série

Soient $S_1, S_2, \dots S_p$ p solides liés chacun par p-1 liaisons $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \dots \mathcal{L}_i, \dots, \mathcal{L}_{n-1}$.



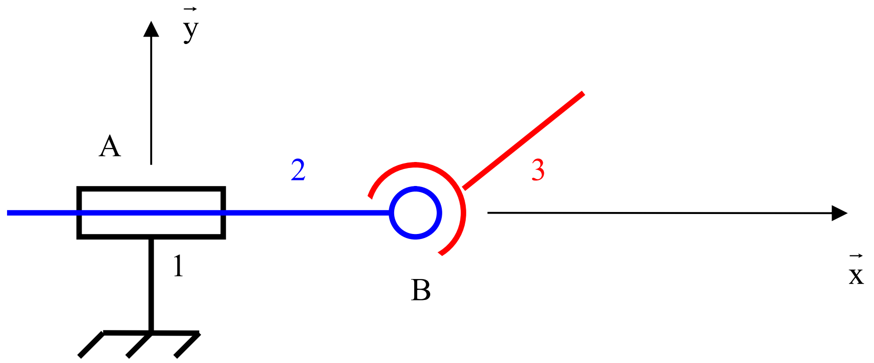

La composition des torseurs cinématiques nous permet d'écrire : $V_{p/1}^{Leq} = V_{2/1}^{L1} + V_{3/2}^{L2} + \dots + V_{p/p-1}^{Ln}$

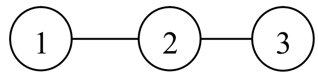
$\overrightarrow{\Omega_{S_p/S_1}} = \overrightarrow{\Omega_{S_p/S_{p-1}}} + \dots + \overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}}$

$\overrightarrow{V_{P,S_p/S_1}} = \overrightarrow{V_{P,S_p/S_{p-1}}} + \dots + \overrightarrow{V_{P,S_2/S_1}}$

Le torseur cinématique de la liaison équivalente à des liaisons en série entre deux solides est égal à la somme de tous les torseurs cinématiques des différentes liaisons.

Exemple :




$\overrightarrow{AB} = L\vec{x}$

$$V_{3/1}=V_{3/2}+V_{2/1}= {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} + {}_B\begin{Bmatrix} \omega_{xB} & 0 \\ \omega_{yB} & 0 \\ \omega_{zB} & 0 \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} + {}_B\begin{Bmatrix} \omega_{xB} & 0 \\ \omega_{yB} & 0 \\ \omega_{zB} & 0 \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} \omega_{xA}+\omega_{xB} & V_{xA} \\ \omega_{yB} & 0 \\ \omega_{zB} & 0 \end{Bmatrix}$$

C'est le torseur cinématique d'une liaison linéaire annulaire ou sphère cylindre d'axe $(A,\vec{x})$.

Remarque : Pour identifier les torseurs cinématiques, il faut vérifier que les paramètres non nuls sont indépendants.

Reprenons le calcul en exprimant les torseurs en A :

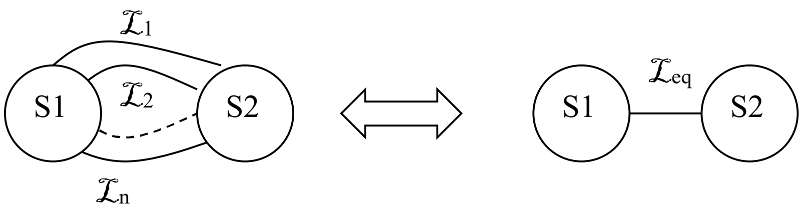
$$V_{3/1}=V_{3/2}+V_{2/1}= {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} + {}_B\begin{Bmatrix} \omega_{xB} & 0 \\ \omega_{yB} & 0 \\ \omega_{zB} & 0 \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} + {}_A\left\{\begin{array}{ccccc} \omega_{xB} & 0 & & \omega_{xB} & -L \\ \omega_{yB} & 0 & + & \omega_{yB} \wedge & 0 \\ \omega_{zB} & 0 & & \omega_{zB} & 0 \end{array}\right\}$$

$$V_{3/1}= {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{xA} & V_{xA} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{xB} & 0 \\ \omega_{yB} & -L.\omega_{zB} \\ \omega_{zB} & L.\omega_{yB} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{xA}+\omega_{xB} & V_{xA} \\ \omega_{yB} & -L.\omega_{zB} \\ \omega_{zB} & L.\omega_{yB} \end{Bmatrix}$$

Il y a 4 paramètres indépendants (3 en rotation, 1 en translation), c'est donc le torseur cinématique d'une liaison linéaire annulaire.

## 1.2. Par la statique

- Liaisons en parallèles

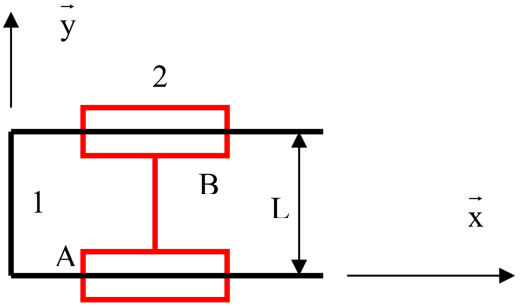


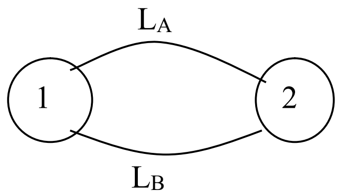

Soit deux solides S1 et S2 liés par n liaisons $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, … $\mathcal{L}_i$, …, $\mathcal{L}_n$, chacune définie par son torseur statique : $F^i_{1\to2}= {}_P\left\{\overrightarrow{R^i_{1\to2}} \quad \overrightarrow{M^i_{P,1\to2}}\right\}$. L'application du Principe Fondamental de la Statique à S2 nous donne : $F^{L1}_{1\to2}+F^{L2}_{1\to2}+\ldots+F^{Ln}_{1\to2}+F_{ext\to2}=\{0 \quad 0\}$ ou avec Leq : $F^{Leq}_{1\to2}+F_{ext\to2}=\{0 \quad 0\}$, on en déduit que $F^{Leq}_{1\to2}=F^{L1}_{1\to2}+F^{L2}_{1\to2}+\ldots+F^{Ln}_{1\to2}$, soit :

$$\overrightarrow{R^{L_{eq}}_{1\to2}} = \overrightarrow{R^{L_1}_{1\to2}} + \ldots + \overrightarrow{R^{L_n}_{1\to2}}$$
$$\overrightarrow{M_{P,1\to2}} = \overrightarrow{M^{L_1}_{P,1\to2}} + \ldots + \overrightarrow{M^{L_n}_{P,1\to2}}$$

| |
|---|
| Le torseur statique transmissible de la liaison équivalente à des liaisons en parallèle entre deux solides est égal à la somme de tous les torseurs statiques transmissibles des différentes liaisons. |

Exemple :



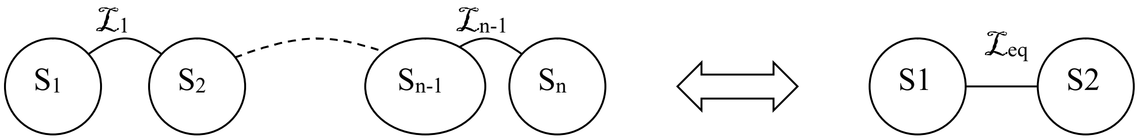




$$F_{1\to2} = F^{L_A}_{1\to2} + F^{L_B}_{1\to2} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix} + {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_B & M_B + L \wedge Y_B \\ Z_B & N_B & 0 & Z_B \end{Bmatrix}$$

$$F_{1\to2} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & LZ_B \\ Y_A + Y_B & M_A + M_B \\ Z_A + Z_B & N_A + N_B \end{Bmatrix}$$ : 5 paramètres indépendants, liaison glissière.

- Liaisons en série

Soient $S_1, S_2, \ldots S_n$ n solides liés chacun par n-1 liaisons $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \ldots \mathcal{L}_i, \ldots, \mathcal{L}_{n-1}$.



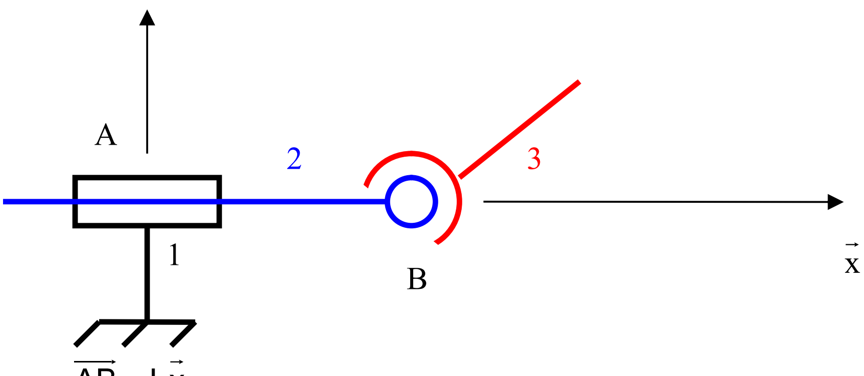

L'application du Principe Fondamental de la Statique au solide Si nous donne :

$F^{L_{i-1}}_{S_{i-1}\to S_i} + F^{L_i}_{S_{i+1}\to S_i} = \{0 \quad 0\}$ soit $F^{L_{i-1}}_{S_{i-1}\to S_i} - F^{L_i}_{S_i\to S_{i+1}} = \{0 \quad 0\}$ et on en déduit donc :

$F^{L_1}_{S_1\to S_2} = \ldots = F^{L_{i-1}}_{S_{i-1}\to S_i} = \ldots = F^{L_{n-1}}_{S_{n-1}\to S_n}$ .

| |
|---|
| Le torseur statique transmissible dans la liaison équivalent est donc égal à tous les torseurs statiques transmissibles de chacune des liaisons. |

<u>Exemple :</u>




On pose $\overrightarrow{AB} = L\vec{x}$

$$F_{1\to2} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix},\ F_{2\to3} = {}_B\begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} X_B & 0 & & L & & X_B \\ Y_B & 0 & + & 0 & \wedge & Y_B \\ Z_B & 0 & & 0 & & Z_B \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & -L.Z_B \\ Z_B & L.Y_B \end{Bmatrix}$$

$$F^{eq}_{1\to3} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & -L.Z_B \\ Z_B & L.Y_B \end{Bmatrix}$$

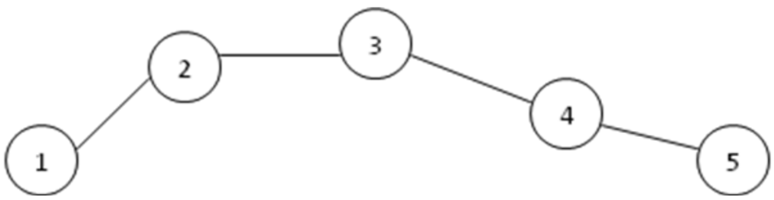
On en déduit :

$$\begin{cases} 0 = X_B \\ Y_A = Y_B \\ Z_A = Z_B \\ M_A = -L.Z_B \\ N_A = L.Y_B \end{cases}.$$

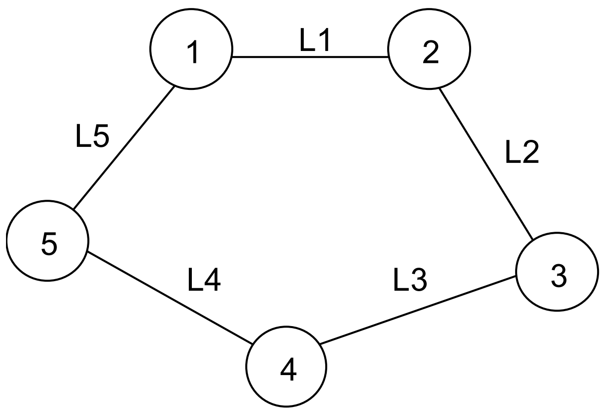
Le torseur de la liaison équivalente s'écrit : $F^{eq}_{1\to3} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & -L.Z_B \\ Z_B & L.Y_B \end{Bmatrix}$. Il y a deux inconnues statiques indépendantes en résultante, il s'agit donc d'une liaison linéaire annulaire.

# 2. Chaîne de solides

## *2.1. Chaîne ouverte*



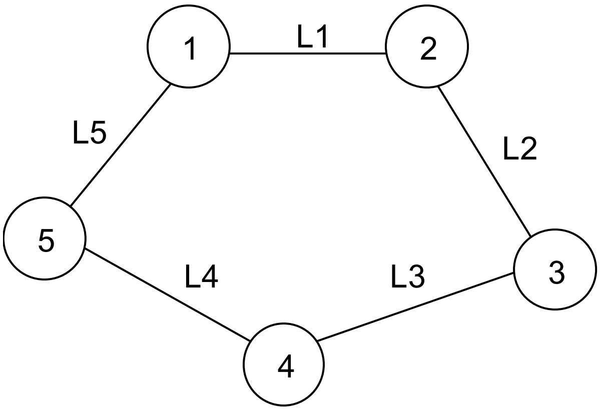

## *2.2. Chaîne fermée*




# 3. Degré de mobilité d'un mécanisme

## *3.1. Définition*

Soit un mécanisme composé de p solides en liaison. Soit Nc le nombre d'inconnues cinématiques introduites par les p liaisons.




Nc est la somme de toutes les inconnues cinématiques introduites dans toutes les liaisons $nc_i$ : $Nc = \sum_{i=1}^{p} nc_i$

Soit rc le nombre d'équations scalaires indépendantes entre les Nc inconnues cinématiques. Ce système est obtenu par la fermeture cinématique (dans le cas d'une chaine fermée).

| On appelle degré de mobilité du mécanisme m=Nc-rc . |
|---|

Remarque : Dans une chaine ouverte, le degré de mobilité est égal au nombre d'inconnues cinématiques total de toutes les liaisons (il n'y a pas de fermeture cinématique possible).

Exemple :

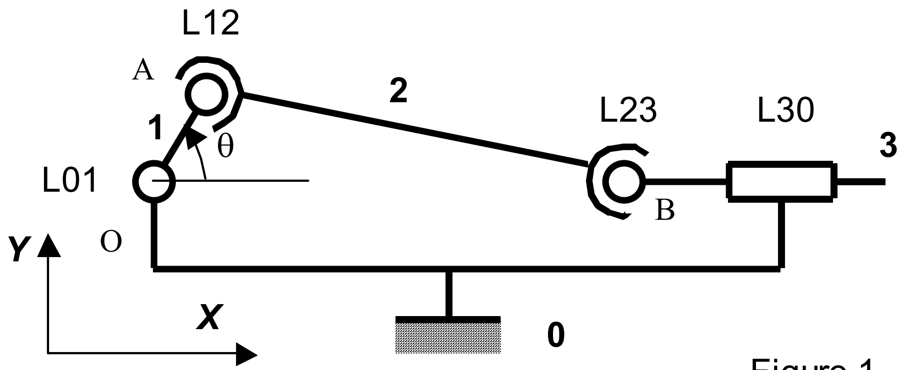



Figure 1

On pose $OA = L$ et $\overrightarrow{OB} = x_B \vec{x}$ .

$$V_{1/0}^{L_A} = {}_{O}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dot{\theta} & 0 \end{Bmatrix} \qquad V_{2/1}^{L_A} = {}_{A}\begin{Bmatrix} \omega_{x2} & 0 \\ \omega_{y2} & 0 \\ \omega_{z2} & 0 \end{Bmatrix} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \omega_{x2} & L\sin\theta\omega_{z2} \\ \omega_{y2} & -L\cos\theta\omega_{z2} \\ \omega_{z2} & -L\sin\theta\omega_{x2}+L\cos\theta\omega_{y2} \end{Bmatrix}$$

$$V_{3/2}^{L_B} = {}_{B}\begin{Bmatrix} \omega_{x3} & 0 \\ \omega_{y3} & 0 \\ \omega_{z3} & 0 \end{Bmatrix} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \omega_{x3} & 0 + \begin{matrix} x_B \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \wedge \begin{matrix} \omega_{x3} \\ \omega_{y3} \\ \omega_{z3} \end{matrix} \\ \omega_{y3} & 0 \\ \omega_{z3} & 0 \end{Bmatrix} \; {}_{O}\begin{Bmatrix} \omega_{x3} & 0 \\ \omega_{y3} & -x_B\omega_{z3} \\ \omega_{z3} & x_B\omega_{y3} \end{Bmatrix} \qquad Nc=8$$

$$V_{0/3}^{L_C} = {}_{O}\begin{Bmatrix} 0 & V_{x4} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

La fermeture cinématique s'écrit $V_{0/0}^{eq} = V_{0/3}^{L_C} + V_{3/2}^{L_B} + V_{2/1}^{L_A} + V_{1/0}^{L_A} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$, donc

$$\begin{cases} \omega_{x2} + \omega_{x3} = 0 \\ \omega_{y2} + \omega_{y3} = 0 \\ \dot{\theta} + \omega_{z2} + \omega_{z3} = 0 \\ -L\sin\theta\omega_{z2} + V_{x4} = 0 \\ L\cos\theta\omega_{z2} - x_B\omega_{z3} = 0 \\ L\sin\theta\omega_{x2} - L\cos\theta\omega_{y2} + x_B\omega_{y3} = 0 \end{cases}$$

Rc=6 Donc m=2.

Exemple 2 : Roue support

### 3.2. *Interprétation physique du degré de mobilité*

**Le degré de mobilité d'un mécanisme se note m** et correspond au nombre $\mathbf{m_u}$ de paramètres à imposer pour obtenir une configuration géométrique donnée du système (mobilité utile) augmenté du nombre de mouvements $\mathbf{m_i}$ que pourraient avoir certaines pièces du mécanisme (mobilité interne).

| Le degré de mobilité est le nombre d'inconnues cinématiques indépendantes du mécanismes. |
|---|

| Autrement dit, c'est le nombre d'inconnues cinématiques à annuler pour que le mécanisme soit immobile. |
|---|

Exemple :

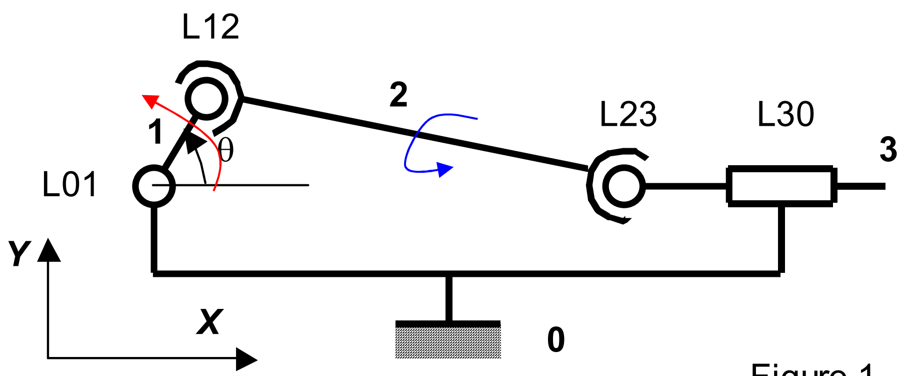


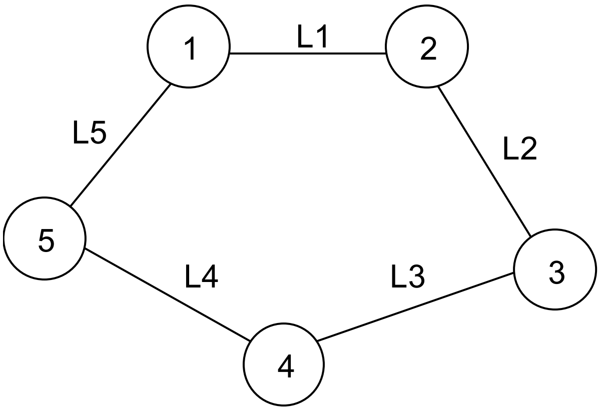

Figure 1

Ici nous avons 1+3+3+1=8 inconnues cinématiques.
La fermeture torsorielle $V_{0/3}+V_{3/2}+V_{2/1}+V_{1/0}=0$ nous donne 6 équations indépendantes.
La mobilité m=2.
Ici nous avons une mobilité utile correspondant à la rotation de 1 qui engendre les allers-retours de 3 et une mobilité interne qui est la rotation de 2 autour de son axe. Ces deux mouvements sont indépendants, le degré de mobilité est donc de 2.

## 4. Degré d'hyperstatisme d'un mécanisme

### 4.1. *Définition*

Soit un mécanisme composé de p solides en liaison. Soit Ns le nombre d'inconnues cinématiques introduites par les p liaisons.



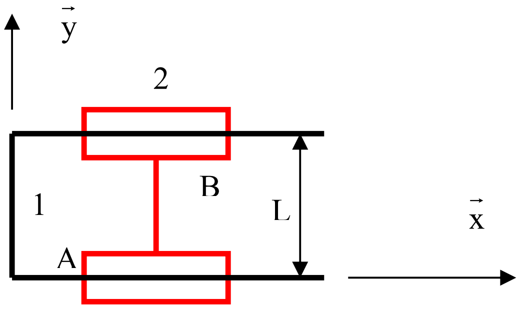

Soit rs le nombre d'équations scalaires indépendantes entre les Ns inconnues statiques. Les équations sont issues du Principe Fondamentale de la Statique appliqué à tous les solides de la chaine (sauf le bâti).

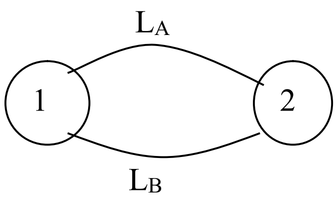
| On appelle degré d'hyperstatisme (ou d'hyperstaticité) le nombre h=Ns-rs . |
| --- |

<u>Remarques :</u>

- Dans une chaine ouverte, le degré d'hyperstatisme est nul. Toute chaine ouverte est isostatique.
- On ne peut pas résoudre toutes les inconnues statiques d'un système hyperstatique à l'aide seulement du Principe Fondamental de la Statique.

Exemple :




On pose $\overrightarrow{AB} = L\vec{y}$.

Les 2 liaisons pivot glissant introduisent donc 8 inconnues statiques.

On isole le solide 2. Il est soumis à l'action des deux pivots glissants.

$$T^{L_A}_{1\to2} + T^{L_B}_{1\to2} = 0$$

$$_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} + {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} = 0$$

$$_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_B & M_B + L & \wedge & Y_B \\ Z_B & N_B & 0 & Z_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} = 0$$

$$_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & L.Z_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)} = 0$$

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{cases} Y_A + Y_B = 0 \\ Z_A + Z_B = 0 \\ L.Z_B = 0 \\ M_A + M_B = 0 \\ N_A + N_B = 0 \end{cases}$$

Ce système comporte 8 inconnues (les 8 inconnues de liaison introduites par les 2 liaisons pivot glissant) et comporte 5 équations indépendantes. Le système est donc hyperstatique d'ordre 3.

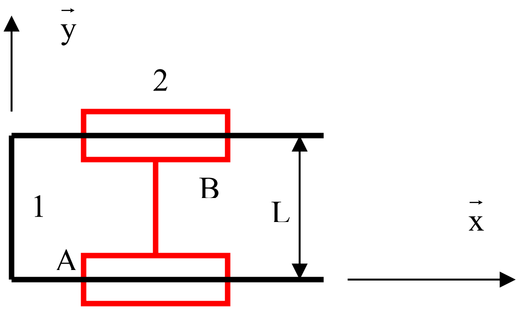
### 4.2. Interprétation physique du degré d'hyperstatisme

Le degré d'hyperstaticité h, correspond aussi au nombre de conditions géométriques et/ou dimensionnelles qu'il faut imposer au mécanisme pour que celui-ci fonctionne correctement.

**Lorsque h = 0, on qualifie le système d'isostatique.**
**Lorsque h > 0, on qualifie le système d'hyperstatique**.
Remarque : Un système en chaîne ouverte est toujours isostatique.
Méthode :

- On suppose toutes les liaisons sans défauts angulaires ou dimensionnels sauf une.
- On suppose que cette dernière liaison comporte un maximum de défauts angulaires et dimensionnels.
- Le degré d'hyperstatisme correspond au nombre de défauts à annuler pour que le mécanisme fonctionne correctement.

Exemple :




La pièce 2 est guidée par rapport à la pièce 1 par deux liaisons « pivot glissant ».

Considérons les pièces de géométrie parfaite.

Pour que le mécanisme se monte et fonctionne correctement, il faut :

- que les axes des deux liaisons soient parallèles ce qui fait 2 conditions géométriques (angle autour de $\vec{y}$ et autour de $\vec{z}$.
- que l'entraxe des deux cylindres de 2 soit le même que l'entraxe des deux alésages de 1. Ce qui fait 1 condition dimensionnelle.

Au total, il faut imposer 3 conditions pour que le système fonctionne correctement. Le degré d'hyperstatisme h est donc égal à 3.

### 4.3. Avantages et inconvénients des mécanismes isostatiques

Un mécanisme isostatique présente les avantages suivants :

- Il est constitué de pièces plus faciles à réaliser du point de vue des contraintes dimensionnelles et géométriques.
- Il se prête beaucoup mieux aux calculs de mécanique car on a l'assurance que les surfaces de liaison sont bien en contact.

Il présente les inconvénients suivants :

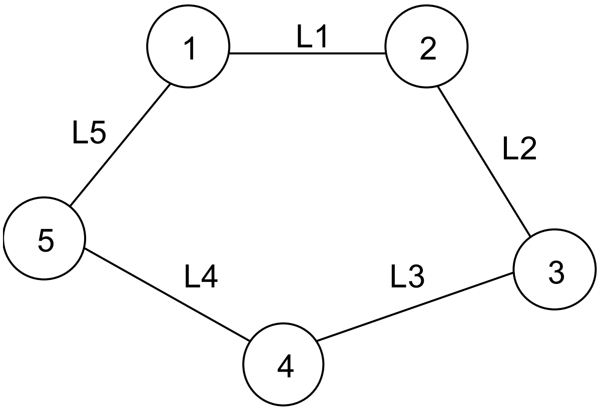
- Il est souvent moins rigide qu'un mécanisme hyperstatique.
- Il est parfois plus complexe en termes de nombre de pièces.
- Un système hyperstatique est à l'inverse constitué de pièces plus « difficiles » à réaliser du fait des contraintes dimensionnelles et géométriques. Les calculs de mécanique sont plus complexes, il faut

faire intervenir la déformation des pièces. Il est, en revanche, souvent plus rigide et comporte généralement moins de pièces pour une même fonction.

On peut régler les problèmes de montage dus à l'hyperstaticité :

- en donnant des jeux suffisants dans les liaisons quand cela est possible,
- en prévoyant des dispositifs de réglage,
- en faisant de l'appairage (montage de pièces dont les dimensions sont compatibles),
- en combinant les trois propositions précédentes.

# 5. Calcul pratique du degré d'hyperstatisme d'un mécanisme




Dans une chaîne simple (constituée d'une seule boucle) :

Si les liaisons sont parfaites, nci+nsi=6, d'où : $\boxed{Nc+Ns=6p}$

D'autre part, on démontre que $\boxed{m=6(p-1)-rs}$.

On en déduit donc : $\boxed{h=Ns-6(p-1)+m}$ et $\boxed{h=m+6-Nc}$.

# 6. Chaîne complexe

## 6.1. Définition

On appelle chaîne complexe une chaîne composée de plusieurs chaînes fermées.

## 6.2. Nombre cyclomatique

On appelle nombre cyclomatique d'une chaîne complexe le nombre de chaînes continues fermées indépendantes. On le note $\gamma$.

Les chaines fermées indépendantes sont celles où l'on peut faire une fermeture cinématique.

Soit une chaine complexe comportant p pièces et L liaisons. Le nombre cyclomatique $\gamma$ est égal à $\boxed{\gamma=L-p+1}$.

## 6.3. Mobilité et hyperstatisme

Le degré d'hyperstaticité est donné par $\boxed{h=Ns-rs}$ et le degré de mobilité par $\boxed{m=Nc-rc}$.

Le degré de mobilité est aussi égal à $\boxed{m=6(p-1)-rs}$.

On obtient donc $\boxed{h=Ns+m-6(p-1)}$ et $\boxed{h=m+6\gamma-Nc}$.

<u>Calcul pratique du degré d'hyperstatisme :</u>

En pratique, pour déterminer rapidement le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme, on détermine le degré de mobilité en observant les mouvements indépendants et en recensant les inconnues cinématiques à annuler pour immobiliser le mécanisme et on applique l'une des deux formules $h=Ns+m-6(p-1)$ ou $h=m+6\gamma-Nc$.