

Ex 1 Etude d'un cycle

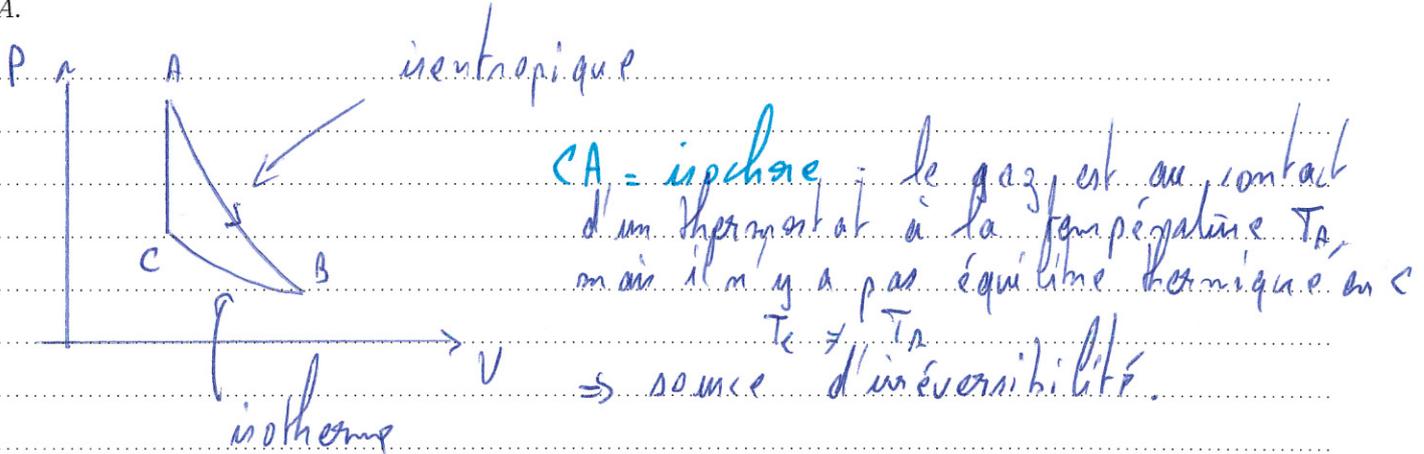
Un gaz parfait de quantité de matière constante et caractérisé par un rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$ parcourt un cycle constitué des transformations suivantes :

- ◇ AB isentropique,
- ◇ BC isotherme réversible,
- ◇ CA isochore, monotherme (température extérieure T_A) et quasistatique.

On donne $P_A = 1.0 \text{ bar}$, $V_A = 500 \text{ cm}^3$, $T_A = 100 \text{ K}$, $T_B = 300 \text{ K}$.

1. Calculer P_B , V_B et P_C .

2. Calculer les variations d'entropie ΔS_{BC} , ΔS_{CA} ainsi que l'entropie créée S_{cCA} au cours de la transformation CA.



① AB ⇒ isentropique + GP + $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$P_A T_A = P_B T_B$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$P_B = P_A \times \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$V_B = V_A \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

en C = on a $\left. \begin{array}{l} V_C = V_A \\ T_C = T_B \end{array} \right\}$

$$P_C V_C = m R T_B \quad P_C = m R \frac{T_B}{V_A}$$

de plus $P_A V_A = m R T_A$

$$P_C = P_A \times \frac{T_B}{T_A}$$

② Variations d'entropie :

GP + Fonction entropie

$$\Delta S_{BC} = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_C V_C^{\gamma-1}}{T_B V_B^{\gamma-1}} \right)$$

$$\Delta S_{BC} = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_B}$$

$$\Delta S_{CA} = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_A V_A^{\gamma-1}}{T_C V_C^{\gamma-1}} \right) = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_A}{T_B} \right)$$

* Entropie échangée

C → A : on est au contact d'un thermostat

$$S_{ech} = \frac{Q_{CA}}{T_A}$$

isochore = pas de travail

$$1^{er} \text{ ppé } \Delta U_{CA} = Q_{CA}$$

1^{er} 2J

$$\Delta U_{CA} = \frac{mR}{\gamma-1} (T_A - T_B)$$

$$\Delta S_{CA} = S_{ech} + S_c$$

$$S_c = \Delta S_{CA} - S_{ech}$$

$$S_c = \frac{mR}{\gamma-1} \left(\ln \left(\frac{T_A}{T_B} \right) - (T_A - T_B) \right)$$

sur ce cycle, seule la transformation C → A est irréversible

(Pour l'isotherme $\Delta S_{BC} = S_{ech, BC}$).

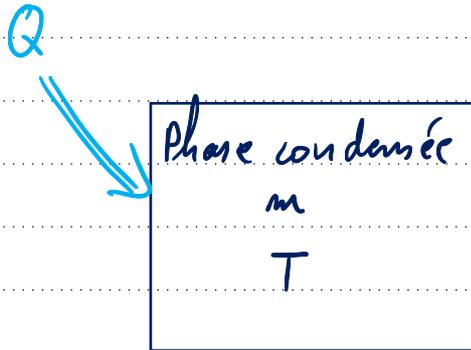
Ex 2 Variation d'entropie d'un thermostat

On considère une phase condensée incompressible et indilatable, de masse m et de capacité thermique massique c évoluant d'un état initial où sa température est notée T_1 à un état final où sa température est notée T_2 .

1. Exprimer T_2 en fonction des données et du transfert thermique Q reçu par le système défini par la phase condensée.
2. Exprimer la variation d'entropie de la phase condensée au cours de cette transformation en fonction de Q , T_1 , m et c .
3. On se place dans le cas où la phase condensée est de grande dimension, soit $m \rightarrow \infty$. Que deviennent alors la température finale et la variation d'entropie du système? Que modélise alors ce système?

On rappelle que $\ln(1+x) \simeq x$ pour $|x| \ll 1$.

Système = masse m de phase condensée.



$$EI = T = T_1$$

$$EF = T = T_2$$

① Expression de T_2 =

On applique le 1^{er} ppc = $\Delta U = \cancel{W} + Q$

$\rightarrow 0$ phase condensée $V = \text{cte}$
pas de travail autre que celui des forces de pression.

$$\text{phase condensée} = \Delta U = mc(T_2 - T_1)$$

$$\text{d'où } Q = mc(T_2 - T_1)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{Q}{mc}$$

si $Q > 0$ = transfert thermique réellement reçu $T_2 > T_1$
si $Q < 0$, $T_2 < T_1$.

② Variation d'entropie

$$\text{phase condensée} = \Delta S = mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\Delta S = mc \ln \left(1 + \frac{Q}{mcT_1} \right)$$

③ On suppose que la capacité thermique du solide est très grande (En pratique, il faudrait la comparer à celle d'un autre système).

↳ on suppose ici $mc \gg \left| \frac{Q}{T_1} \right|$ ou encore $\left| \frac{Q}{mcT_1} \right| \ll 1$

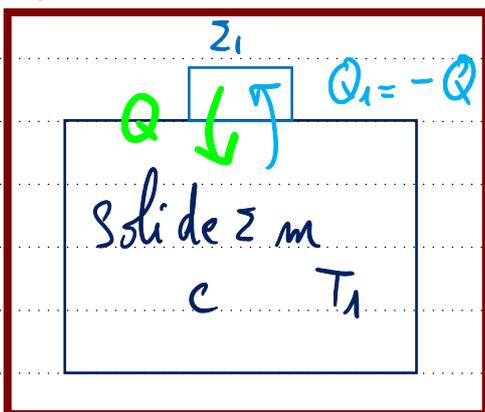
On a alors $T_2 \approx T_1$: si la capacité thermique du solide est très grande, sa température reste quasiment constante.

Le solide joue le rôle d'un thermostat.

$$\Delta S = mc \ln \left(1 + \frac{Q}{mcT_1} \right) \approx mc \times \frac{Q}{mcT_1} = \frac{Q}{T_1}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T_1}$$

Ensemble isolé



Interprétation = on considère un système Σ_1 en contact thermique avec le thermostat Σ de capacité thermique telle que $mc \gg C_{\Sigma}$

Σ_1 reçoit le transport thermique Q_1 de la part du thermostat.

Entropie échangée par $\Sigma_1 = S_{e1} = \frac{Q_1}{T_1}$

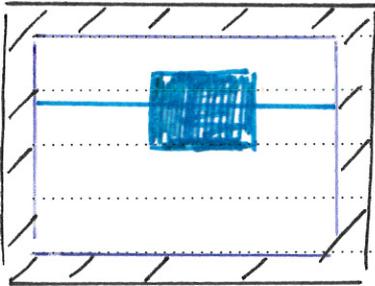
$\Delta S = -S_{e1} \rightarrow$ Entropie échangée par Σ_1 .
Variation d'entropie du thermostat

Ex 3 Fonte de glace

Dans un récipient parfaitement calorifugé, on met un morceau de glace à la température de 0°C dans un kilogramme d'eau initialement à la température 20°C .

- Déterminer la masse minimale de glace nécessaire pour que l'eau soit à la température de 0°C à l'état final.
- Calculer dans ce cas ΔS_{eau} la variation d'entropie de l'eau initialement à l'état liquide.
- Calculer dans ce cas ΔS_{glace} la variation d'entropie de l'eau initialement sous forme de glace.
- En déduire le bilan d'entropie. Conclusion.

$$\Delta_{\text{fus}}h = 336 \text{ kJ/kg et } c = 4,2 \text{ kJK}^{-1}\text{kg}^{-1}$$



$$\begin{array}{ll} \text{EI} = & m_e \text{ à } 20^\circ\text{C} \\ & m_g \text{ à } 0^\circ\text{C} \end{array} \quad \text{EF } m_e \text{ à } 0^\circ\text{C}$$

$$m_g = 0$$

pour avoir la masse minimale.

① Transformation isotherme (sous pression atmosphérique) + enceinte calorifugée $\Delta H = 0$

Enthalpie = grandeur extensive $\Delta H = \Delta H_e + \Delta H_g$

$$\Delta H_e = m_e c \times (T_f - T_i) \quad \Delta H_g = m_g \times \Delta_{\text{fus}}h$$

d'où $m_g = -\frac{m_e c (T_f - T_i)}{\Delta_{\text{fus}}h} < 0 \quad m_g = 250 \text{ g}$

② Variation d'entropie de l'eau = phase condensée sans changement d'état

$$\Delta S_{\text{eau}} = m_e c \ln \frac{T_f}{T_i} < 0 \text{ car } T_f < T_i$$

$$\Delta S_{\text{eau}} = -297 \text{ J/K}$$

③ Variation d'entropie de la glace \Rightarrow changement d'état à $T = T_f$ cste.

$$\Delta S_g = m_g \frac{\Delta_{\text{fus}}h}{T_f} \quad \Delta S_g = 307 \text{ J/K}$$

$$\text{④ } \Delta S_2 = \Delta S_g + \Delta S_{\text{eau}} \quad \Delta S_2 = 10 \text{ J/K} > 0$$

calorifugé

2nd principe = ⑤ système fermé et calorifugé $\Delta S_2 = \Delta S_e + S_c$

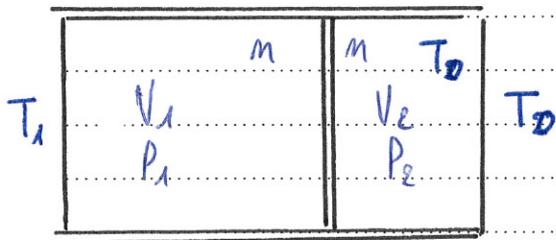
$$\Delta S_2 = S_c = 10 \text{ J/K} \quad \text{Transformation irréversible}$$

Ex 4 Enceinte à deux compartiments

On considère une enceinte séparée en deux compartiments par un piston mobile imperméable à la chaleur. Deux gaz parfaits monoatomiques identiques de même état initial (P_0, V_0, T_0) occupent dans une même quantité n les deux compartiments. Un thermostat permet d'amener le compartiment 1 à la température T_1 pendant qu'un second thermostat maintient le compartiment 2 à température constante.

1. Exprimer les volumes des deux compartiments dans l'état final V_1 et V_2 en fonction de V_0, T_0 et T_1 . Exprimer de même les pressions finales P_1 et P_2 .
2. Effectuer un bilan énergétique complet de chaque élément du système.
3. Effectuer de même un bilan entropique complet.
4. Déterminer l'entropie créée et l'entropie échangée au niveau des contacts thermiques. Préciser les sources d'irréversibilité.

On prendra $n = 1$ mol, $T_0 = 298$ K et $T_1 = 348$ K.



① Etat final

GP = ① $P_1 V_1 = n R T_1$ ② $P_2 V_2 = n R T_0$
 Géométrie = $2V_0 = V_1 + V_2$
 Eq. méca = $P_1 = P_2$

① + ② $P_1 (V_1 + V_2) = n R (T_1 + T_0)$

$$P_1 = P_2 = n R \frac{T_1 + T_0}{2V_0}$$

ou encore avec $n R T_0 = P_0 V_0$

$$P_1 = P_2 = P_0 \times \frac{T_1 + T_0}{2T_0}$$

$$V_1 = \frac{n R T_1}{P_1} \text{ et } V_2 = \frac{n R T_0}{P_2}$$

$$V_2 = \frac{P_0 V_0}{P_2} = V_0 \times \frac{2T_0}{T_1 + T_0}$$

$$V_1 = V_0 \frac{2T_1}{T_1 + T_0}$$

② Bilan énergétique

Compartiment 2 = GP + 1^{er} LS + T = cste $\Delta U_2 = 0$
 2^e LS $\Delta H_2 = 0$

1^{er} ppe $\Delta U_2 = W_2 + Q_2 \Rightarrow Q_2 = -W_2$

Travail = on suppose la transf. QTR et isotherme

$$W_2 = -n R T_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_0}\right) = -P_0 V_0 \ln\left(\frac{2T_0}{T_1 + T_0}\right)$$

Compartiment 1 = GP + 1^{er} LJ = $\Delta U_1 = m C_{vm} (T_1 - T_0)$

$W_1 = -W_2$ 1^{er} ppe $\Delta U_1 = W_1 + Q_1$

$Q_1 = \Delta U_1 + W_2 = m C_{vm} (T_1 - T_0) - P_0 V_2 \ln \left(\frac{2T_0}{T_1 + T_2} \right)$

2^e LJ = $\Delta U_2 = m C_{pm} (T_1 - T_0)$

③ Bilan entropique

Entropie d'un GP en coordonnées $V = \Delta S = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T V^{\gamma-1}}{T_0 V_0^{\gamma-1}} \right)$

$\Delta S_1 = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{T_0 V_0^{\gamma-1}} \right) = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \frac{T_1}{T_0} + mR \ln \left(\frac{2T_1}{T_1 + T_2} \right)$

$\Delta S_2 = \frac{mR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{T_0 V_0^{\gamma-1}} \right) = mR \ln \left(\frac{2T_0}{T_1 + T_2} \right)$

* Entropie Echangée

Compartiment ① = le gaz ① est au contact d'un thermostat
2nd ppe $S_{e1} = \frac{Q_1}{T_0}$

d'où $S_{e1} = m C_{vm} \frac{T_1 - T_0}{T_1} - mR \frac{T_0}{T_1} \ln \left(\frac{2T_0}{T_1 + T_2} \right)$

Compartiment ② = même méthode $S_{e2} = \frac{Q_2}{T_0}$

$S_{e2} = mR \ln \left(\frac{2T_0}{T_1 + T_0} \right)$ Entropie échangée au niveau du contact thermique ②

④ $S_{e2} - \Delta S_2 - S_{e1} = 0$ = transformations réversibles avec équilibre thermique avec le thermostat (éq. ② et ③)
 $S_{e1} > 0$ Thermostat et gaz ne sont pas en éq. thermique

Ex 5 Entropie de mélange

Un récipient adiabatique est séparé en deux compartiments de même volume V . Initialement le compartiment de gauche est occupé par une quantité n de diazote et le compartiment de droite par la même quantité de dioxygène, les pressions et températures des deux gaz étant égales à P_0 et T_0 . On suppose les gaz parfaits.

On enlève la cloison et on laisse l'équilibre s'établir.

1. Déterminer la pression et la température du mélange obtenu.

2. Déterminer l'entropie créée lors de l'opération.

3. Par un procédé non décrit ici, on tente de séparer à nouveau les gaz pour retrouver l'état initial. Sachant que cette opération est monotherme (les échanges thermiques ne se font qu'avec le milieu extérieur assimilé à une source de température T_0), déterminer le travail minimal nécessaire pour réaliser cette séparation. AN : $n = 1$ mol et $T_0 = 300$ K.

① Pression et température $\Sigma = \{ \text{gaz ①}, \text{gaz ②} \}$

| | | | |
|----|-------|-------|-------|
| EI | P_0 | T_0 | (M) |
| | V | (M) | |

(Σ) est un système isolé (et fermé)

1^{er} ppe $\Delta U_\Sigma = 0$

| | | | |
|----|------|-------|-------|
| EF | $2n$ | T_F | P_F |
| | | $2V$ | |

U additive $\Delta U_\Sigma = \Delta U_1 + \Delta U_2$

1^{ère} LJ $\left. \begin{array}{l} \Delta U_1 = n C_{vm} (T_F - T_0) \\ \Delta U_2 = n C_{vm} (T_F - T_0) \end{array} \right\} \Delta U = 0$

Bilan $T_F = T_0$

GP } $2VP_F = 2nRT_0 \Rightarrow P_F = P_0$
EF }

② Entropie = chaque gaz occupe à l'EF à volume $2V$

on suppose l'hyp. des GP toujours vérifiée (pas d'interaction entre les molécules)

chaque gaz se comporte comme s'il était seul.

$\Delta S_1 = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{P_F V_F^{\gamma-1}}{P_0 V_0^{\gamma-1}} \right) = nR \ln 2$ $\Delta S_2 = nR \ln 2$

$\Delta S_\Sigma = 2nR \ln 2$

2nd ppe de la thermo et (Σ) calculé = $S_e = 0$

$\Delta S_\Sigma = S_e = 2nR \ln 2 > 0$

③ Retour à l'état initial

Entropie = fonction d'état = $\Delta S_2 = -2nk \ln 2$

2nd principe à (Σ) fermé $\Delta S_2 > S_e$ ($\Delta S_2 = S_c + S_e$)

$S_e = \frac{Q}{T_0}$ = système (Σ) est en contact avec un thermostat.

d'où $\Delta S_2 > \frac{Q}{T_0}$ 1^{er} app. à (Σ) fermé $\Delta U = W + Q$
1^{er} LT $\Delta U = 0$

$$\Delta S_2 \geq \frac{-W}{T_0}$$

$$W \geq -T_0 \Delta S_2$$

$$W \geq 2nkT_0 \ln 2$$

$$W = 2 \times 1 \times 8 \times 300 \times \ln 2 \quad 0,7$$

$$W_{\min} = 3,2 \text{ kJ}$$

Ex 7 Transformation monobare

Un récipient muni d'un piston mobile de masse négligeable pouvant se déplacer sans frottement contient du gaz occupant initialement un volume $V_1 = 10.0 \text{ L}$ à la température $T_1 = 373 \text{ K}$. Les parois du récipient ainsi que le piston sont calorifugés. La pression qui s'exerce sur le piston vaut initialement $P_1 = 1,00 \cdot 10^6 \text{ Pa}$.

1. Calculer la quantité de matière n de gaz contenue dans le récipient.
2. La contrainte qui maintient le piston en équilibre est supprimée de sorte que la pression qui s'exerce tombe brutalement à la valeur $P_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ correspondant à la pression atmosphérique du lieu. Le gaz évolue vers un nouvel état d'équilibre caractérisé par les valeurs respectives T_2 et V_2 de température et de volume.
 - 2.1. Calculer T_2 et V_2 pour une capacité thermique molaire à volume constant égale à $C_{vm} = \frac{5R}{2}$.
 - 2.2. Calculer la variation d'entropie ΔS du gaz.
 - 2.3. Calculer l'entropie créée S_c au cours de la transformation. Quelle est la cause de l'irréversibilité?

① $EI =$ Equilibre mécanique (piston sans masse)

A l'intérieur du compartiment, on a $P_1 = 10^6 \text{ Pa}$.

P_0

$T_1 \quad V_1$
 P_1

GP: $P_1 V_1 = n R T_1$

$n = \frac{P_1 V_1}{R T_1}$

$n = \frac{10^6 \times 10 \times 10^{-3}}{8,3 \times 373}$

$n \approx 3 \text{ mol}$ $n = 3,2 \text{ mol}$

② 1. Calcul de T_2 et V_2

La pression ^{ext} qui s'exerce sur le gaz quand on relâche la contrainte est constante et égale à P_0 .

$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV \quad \Rightarrow \quad W = -P_0 (V_2 - V_1)$$

1^{er} principe appliqué au GP $\Delta U = W + Q = 0$ calorifugé

1^{er} LJ $\Delta U = \frac{5Rn}{2} (T_2 - T_1)$ Δ

d'où $\frac{5Rn}{2} (T_2 - T_1) = -P_0 (V_2 - V_1) = -nRT_2 + P_0 V_1$

$= -nRT_2 + \frac{P_0}{P_1} nRT_1$

$$T_2 \left(\frac{5}{2} + 1 \right) = T_1 \left(\frac{5}{2} + \frac{P_0}{P_1} \right) \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{7}{5} \left(\frac{5}{2} + \frac{P_0}{P_1} \right) T_1$$

$$T_2 = \frac{7}{5} \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{10} \right) T_1 = \frac{7}{5} \frac{26}{10} T_1 = \frac{52}{7} \times \frac{1}{10} \times 373 \approx \frac{7}{10} \times 373$$

$T_2 \approx 260 \text{ K}$ $(T_2 = 277 \text{ K})$

$$GP = V_2 = \frac{nRT_2}{P_0} = \frac{mR}{P_0} \times \frac{2}{7} \left(\frac{5}{2} + \frac{P_0}{P_1} \right) T_1$$

$$V_2 = 74 \text{ L}$$

② Variation d'entropie Variable T, P

$$\Delta S = \frac{mR}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{P_0^{1-\gamma} T_2^\gamma}{P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma} \right) = -mR \ln \left(\frac{P_0}{P_1} \right) + m\gamma C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S = 34 \text{ J/K} \quad (\text{on exprime } \gamma \text{ avec } C_v = \gamma = 1,4)$$

③ Le système est calorifugé. On applique le 2nd principe de la thermo.

$$\Delta S = \cancel{S_e} + S_c \quad \text{d'où} \quad \Delta S = S = 34 \text{ J/K} > 0$$

↳ car $Q = 0$

La transformation est irréversible.

L'irréversibilité est causée par l'inhomogénéité de pression lors du relâchement de la contrainte.

Ex 2 Gaz de Van der Waals

Un gaz de Van der Waals (C_{Vm} constante) obéit à

◇ une équation d'état : $(P + \frac{n^2 a}{V^2})(V - nb) = nRT$

◇ une énergie interne : $dU = nC_{Vm} dT + \frac{n^2 a}{V^2} dV$

1. Trouver l'entropie d'un gaz de Van der Waals.

2. Calculer sa variation d'énergie interne dans une détente de Joule-Gay-Lussac (système considéré isolé) l'amenant de T_0 à T_F et de V_0 à $2V_0$.

① Entropie

On imagine une transformation fictive (entropie = fonction d'état).

- ① marche réversible.
- ② isotherme réversible.

① Isochore réversible 2nd ppe $dS = \delta S_e = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$

1^{re} ppe $dU = \delta Q_{rev} + \delta W$ ~~isochore~~

d'où $dS = \frac{dU}{T} = m C_{Vm} \frac{dT}{T}$ $\Delta S = m C_{Vm} \ln \frac{T}{T_0}$ et $C_{Vm} = \text{cte.}$

② Isotherme réversible $dS = \delta S_e = \frac{\delta Q_{rev}}{T}$ et $T = \text{cte}$
 $\Delta S = \frac{Q_{rev}}{T}$

1^{re} ppe $dU = \delta Q_{rev} + \delta W$ et $\delta W = -P_{ext} dV$

$\delta Q_{rev} = dU - \delta W = \frac{n^2 a}{V^2} dV - P dV$ or $P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$

$\delta Q_{rev} = \frac{nRT}{V-nb} dV$

$Q_{rev} = nRT \ln \frac{V-nb}{V_0-nb}$

$\Delta S_0 = nR \ln \frac{V-nb}{V_0-nb}$

Gaz de Van der Waals $S(T, V) = S(T_0, V_0) + m C_{Vm} \ln \frac{T}{T_0} + mR \ln \frac{V-nb}{V_0-nb}$

2. Détente de Joule Gay Lussac = Système isolé $\Delta U = 0$.

$$\Delta U = \Delta U_{\text{gaz}} + (\Delta U_{\text{v.d.e.}}) = 0$$

$$\Delta U_{\text{gaz}} = n C_{\text{vm}} (T_F - T_0) + m^2 a \left(\frac{1}{V_0} - \frac{1}{2V_0} \right)$$

$$0 = n C_{\text{vm}} (T_F - T_0) + \frac{m^2 a}{2V_0}$$

d'où $\Delta T = T_F - T_0 = \frac{-m a}{2V_0 C_{\text{vm}}} < 0$
en général $\Delta T < 1 \text{ K}$.

→ Variation d'entropie

$$\Delta S = n C_{\text{vm}} \ln \left(\frac{T_F}{T_0} \right) + n R \ln \left(\frac{2V_0 - nb}{V_0 - nb} \right)$$

$\ll 1$

Pour un G.P. $\Delta S = n R \ln 2$

Tout se passe comme pour
un G.P. qui occuperait le
volume fictif $V - nb$

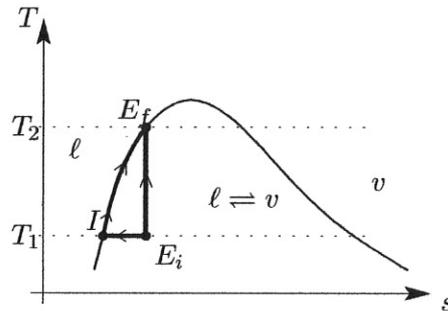
Ex 10 Détente d'une vapeur d'eau

On fait subir une compression adiabatique réversible à de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile.

Dans le diagramme entropique (T, s) de la figure, l'évolution $E_i \rightarrow E_f$ est représentée par un segment vertical. L'état initial E_i correspond à un état d'équilibre liquide vapeur à la température $T_1 = 373\text{K}$ (à la pression $P_1 = f(T_1) = 1\text{bar}$). L'état final E_f correspond à un liquide saturant ($x_{V2} = 0$) à la température $T_2 = 485\text{K}$ (à la pression $P_2 = f(T_2) = 20\text{bar}$).

1. Calculer le titre en vapeur x_{V1} dans l'état initial dans les deux cas suivants :

1.1. on dispose des tables thermodynamiques complètes ci-dessous :



1.2. on ne dispose cette fois que de l'enthalpie massique de vaporisation à $T_1 = 373\text{K}$: $l_1 = 2258\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ et de la capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4,18\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ (supposée indépendante de la température) ; on envisagera dans ce cas le chemin $E_i I E_f$ indiqué sur le diagramme entropique ci-dessous :

2. A partir des données du premier cas (tables thermodynamiques), déterminer l'enthalpie massique h_i dans l'état initial E_i .

| | | Liquide juste saturé $x_v = 0$ | | | Vapeur saturante sèche $x_v = 1$ | | |
|-----|-----|------------------------------------|--------------------------------|--|------------------------------------|--------------------------------|--|
| T | P | v_l | h_l | s_l | v_v | h_v | s_v |
| K | bar | $\text{m}^{-3}\cdot\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ | $\text{m}^{-3}\cdot\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ | $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ |
| 485 | 20 | $1,18\cdot 10^{-3}$ | 909 | 2,45 | 0,0998 | 2801 | 6,35 |
| 373 | 1 | $1,04\cdot 10^{-3}$ | 418 | 1,30 | 1,70 | 2676 | 7,36 |

1.1) Titre avec les tables La détente est isentropique $\Delta s = 0$

$$E_I : x_{v1} = \text{titre en vapeur} \quad \Delta_I = x_{v1} \cdot \Delta_v(T_1) + (1-x_{v1}) \Delta_l(T_1)$$

Température T_1

$$E_F : x_{v2} = 0 \quad \text{Température } T_2 \quad \Delta_F = s_l(T_2)$$

$$\Delta s = 0 \Rightarrow s_l(T_2) - x_{v1} \Delta_v(T_1) - (1-x_{v1}) \Delta_l(T_1) = 0$$

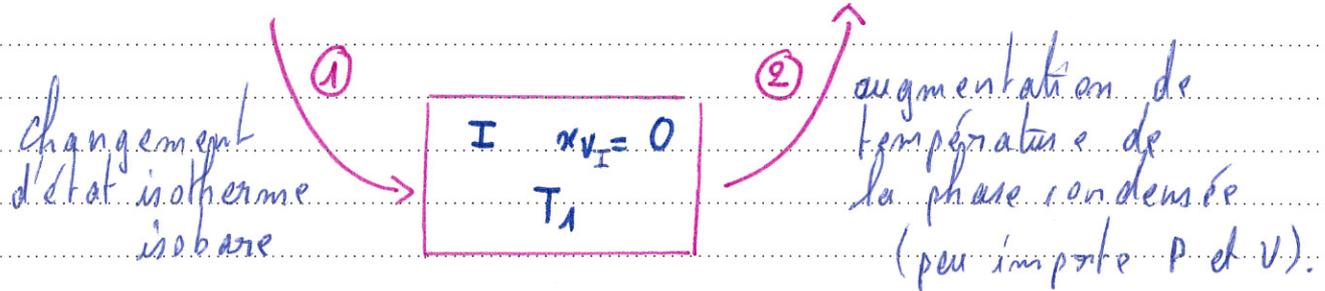
$$x_{v1} = \frac{s_l(T_2) - s_l(T_1)}{\Delta_v(T_1) - s_l(T_1)}$$

$$x_{v1} = 0,190$$

1.2) Chemin $E_I \rightarrow I \rightarrow E_F$

L'entropie est une fonction d'état. La variation d'entropie ne dépend que de l'état initial et de l'état final.

On décompose la transformation :



$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2$$

$$\Delta s_1 = (x_{vI} - x_{v1}) \times \frac{l_1}{T_1}$$

$$\Delta s_1 = -x_{v1} \frac{l_1}{T_1}$$

$$\Delta s_2 = c \ln \frac{T_2}{T_1} \quad \text{variation d'entropie d'une phase condensée.}$$

$$\text{d'où } \Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1} - x_{v1} \frac{l_1}{T_1} = 0$$

$$x_{v1} = \frac{T_1}{l_1} \times c \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$x_{v1} = 0,18 \quad \text{cohérent avec la question 1.1}$$

2) Enthalpie massique en I

$$h_I = h_l(T_1)(1 - x_{v1}) + h_v(T_1) \times x_{v1}$$

$$h_I = 824,4 \text{ kJ/kg}$$