

TLB_{ME} | Gaz parfait

Une mole de gaz parfait subit une compression isotherme ($\theta_0 = 25^\circ\text{C}$) infiniment lente de $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ à $P_1 = 2P_0$. Calculer le travail reçu par le gaz en précisant les hypothèses nécessaires à chaque étape.

Démo de cours - A connaître et à faire très rapidement.

Travail élémentaire = $\delta W = -P_{\text{ext}} \cdot dV$ (définition)

$$\delta W \stackrel{\text{rév.}}{=} -P \cdot dV$$

pression du syst.

A chaque instant les paramètres d'état du système sont définis et égaux aux paramètres ext.

$$\delta W \stackrel{\text{GP}}{=} - \frac{mRT}{V} dV$$

Eq. d'état des GP

$$\delta W \stackrel{\text{Isoth.}}{=} - \frac{mRT_0}{V} dV$$

Transformation isotherme.

1 seule variable = le volume.

On intègre entre V_I et V_F

$$W = \int_{V_I}^{V_F} -mRT_0 \frac{dV}{V} \stackrel{\text{Isoth.}}{=} -mRT_0 \int_{V_I}^{V_F} \frac{dV}{V} = -mRT_0 \ln \left(\frac{V_F}{V_I} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} EI = P_0 V_I = mRT_0 \\ EF = 2P_0 V_F = mRT_0 \end{array} \right\} \frac{V_F}{V_I} = \frac{1}{2}$$

$$W = mRT_0 \ln 2$$

$$W \approx 8 \times (273 + 25) \times \ln 2$$

$$W \approx 8 \times 300 \times 0,7$$

$$W \approx 1680 \text{ J}$$

$W > 0$
à $T = \text{cste}$ $P \rightarrow \text{alors } V \downarrow$

$$\underline{W \approx 1700 \text{ J}}$$

TLB_{ME} 2 Gaz parfait

1. Une mole de gaz parfait dans l'état $P_1 = 1 \text{ bar}$, $V_1 = 2 \text{ L}$, $T_1 = 300 \text{ K}$ subit une transformation isotherme réversible doublant son volume. Calculer le travail et la chaleur échangés dans cette transformation avec l'extérieur.

2. n moles d'un gaz parfait évoluent d'un état initial P_0, V_0 jusqu'à un état final P_1, V_1 . Calculer la variation d'énergie interne. $\pm \gamma$

① Transformation isotherme réversible d'un GP.

\Rightarrow calcul du travail (voir cours ou TLB 1) : $W = -nRT_1 \ln(2)$
le volume a doublé

1^{er} principe appliqué à $(\Sigma) = \{1 \text{ mole de GP}\}$

$$\Delta U = W + Q$$

de plus, on applique la 1^{re} loi de Joule (car GP)

alors $U(T)$ donc ici $T = T_1 = \text{cste} \Rightarrow \Delta U = 0$

Bilan $W = -Q = -nRT_1 \ln 2$

② On note C_{vm} la capacité thermique molaire du GP

(si on connaît γ , on aura $C_{\text{vm}} = \frac{R}{\gamma - 1}$)

1^{re} loi de Joule $dU = n C_{\text{vm}} dT$ $C_{\text{vm}} = \text{cste entre } T_0 \text{ et } T_1$

d'où $\Delta U = n C_{\text{vm}} (T_1 - T_0) = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0)$

or $P_0 V_0 = nRT_0$

$P_1 V_1 = nRT_1$

$$\Delta U = \frac{1}{\gamma - 1} (P_1 V_1 - P_0 V_0)$$

TLB_{ME} 3 Vapeur d'eau

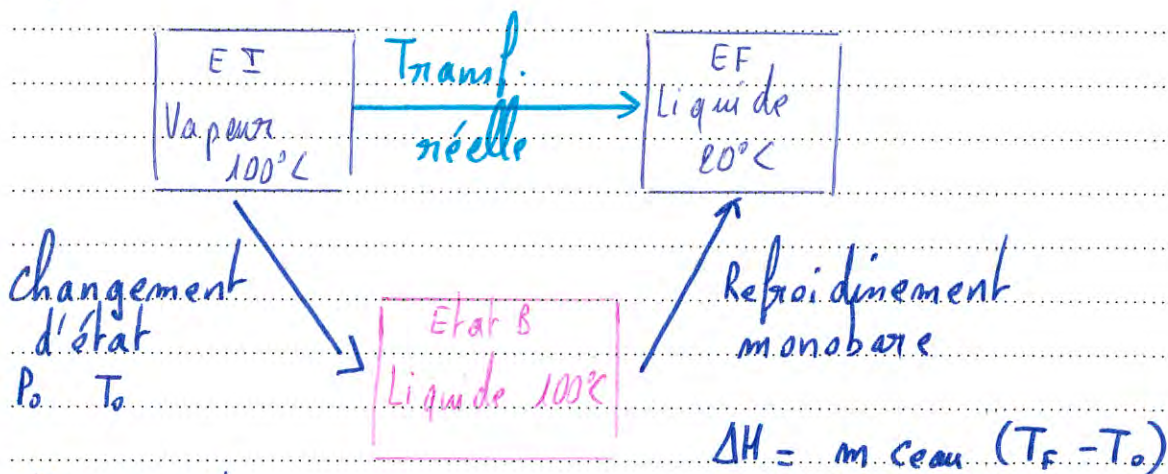
Calculer la quantité de chaleur libérée, sous une pression de 1 bar, pour passer d'un kilogramme de vapeur d'eau à 100°C à un kilogramme d'eau liquide à 20°C.

$c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$ et $L_v = 2,25 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$.

La transformation est monobare. Système (S) = {1kg d'eau}

1^{er} principe de la thermo = $\Delta H = Q$

Il est une fonction d'état. Sa variation ΔH ne dépend que de l'EE et de l'EF.



$$\Delta H_1 = -m \times L_v$$

↑ chaleur latente de vaporisation

$$Q = \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = -m L_v + m c_{\text{eau}} (T_F - T_0) = Q$$

chaleur libérée $Q_{\text{lib}} = -Q > 0$

$$Q_{\text{lib}} = 10^3 \times 4,18 \times 80 + 10^3 \times 2,25 \cdot 10^3$$

$$Q_{\text{lib}} = 2600 \cdot 10^3 \text{ J}$$

TLB_{ME} 4 Valeur en eau

On mélange 95 g d'eau à 20 °C et 71 g d'eau à 50 °C dans un calorimètre.

1. Quelle est la température finale à l'équilibre en négligeant l'influence du calorimètre.
2. Expérimentalement on obtient 31,3 °C. Expliquer.
3. En déduire la valeur en eau du calorimètre.

① On néglige l'influence du calorimètre.

On suppose la transformation monobare et adiabatique (calorimètre parfait).

1^{re} ppe à $\{m_1 = 95\text{g} + m_2 = 71\text{g}\}$ fermé $\Rightarrow \Delta H = Q = 0$.

phases condensées = $m_1 \Rightarrow \Delta H_1 = m_1 (T_f - T_1)$

$m_2 \Rightarrow \Delta H_2 = m_2 (T_f - T_2)$

Enthalpie = grandeur additive :

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2) = 0$$

$$\text{d'où } T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

$$T_f = 32,8^\circ\text{C}$$

⚠ Pour l'AN il faut passer en K

② La température réelle est plus faible.

on a négligé la capacité thermique du calorimètre.

\Rightarrow une partie de l'énergie apportée par l'eau chaude est mesurée pour que le calorimètre puisse aussi atteindre l'équilibre thermique.

③ On ajoute $\Delta H_3 = C_{calo} (T_f - T_1)$ et $C_{calo} = \nu c_e$.

$$\text{d'où } (m_1 + \nu) c_e (T_f - T_1) + m_2 (T_f - T_2) = 0$$

$$\nu = \frac{-m_2 (T_f - T_2) - m_1 (T_f - T_1)}{T_f - T_1}$$

$$\nu = 19\text{ g}$$

Ex 1 Cas limite du thermostat

On considère deux systèmes S_1 et S_2 en contact thermique. L'ensemble $\{S_1, S_2\}$ est isolé. On note T_1 la température initiale de S_1 et T_2 celle de S_2 . Leurs capacités thermiques respectives sont notées C_{v1} et C_{v2} . L'ensemble évolue jusqu'à ce que les deux systèmes atteignent une même température T_f .

1. Déterminer T_f .

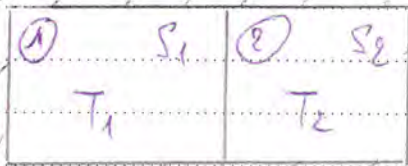
2. Montrer que si $C_{v1} \gg C_{v2}$, le système S_1 joue le rôle d'un thermostat.

3. Application numérique :

3.1. On considère 10 mL d'eau à 10 °C placés dans 1 L d'eau à 50 °C.

3.2. On considère 1 L d'eau à 50 °C placés dans une pièce de 100 m³ à 20 °C. Les capacités thermiques vérifient $C_{vol, eau} = 3,34 C_{vol, air}$.

① Expression de T_f



Système $S = \{S_1, S_2\}$

↳ ce système est fermé et isolé

d'après le 1^{er} ppé de la thermo $\Delta U = 0$.

L'énergie interne est une grandeur additive : $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$

Etat final : le système S est en équilibre thermique à T_f .

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} T_1 \rightarrow T_f : \Delta U_1 = C_{v1} (T_f - T_1) \\ \textcircled{2} T_2 \rightarrow T_f : \Delta U_2 = C_{v2} (T_f - T_2) \end{array} \right\} T_f = \frac{C_{v1} T_1 + C_{v2} T_2}{C_{v1} + C_{v2}}$$

② On suppose que $C_{v1} \gg C_{v2}$

$$T_f = \frac{C_{v1} T_1 + C_{v2} T_2}{C_{v1} + C_{v2}} \approx T_1 + \frac{C_{v2}}{C_{v1}} T_2 \quad \text{Bilan : } T_f \approx T_1$$

3.1 On note $V_2 = 10 \text{ mL}$ et $V_1 = 1 \text{ L}$ $C_{v2} = m_2 c_{eau}$ $C_{v1} = m_1 c_{eau}$
 $m_2 = 10 \text{ g}$ $m_1 = 1 \text{ kg}$

$$T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

$T_f = 49,6 \text{ °C}$ - La variation de température de S_1 est négligeable devant celle de S_2

3.2 Air $C_{v1} = V_1 \times C_{vol, air}$

Eau $C_{v2} = V_2 \times 3,34 \times C_{vol, air}$

$T_f = 21 \text{ °C}$ - L'air joue le rôle de thermostat.

Ex 1 Energie interne et enthalpie

Dans l'état A, à la température $T_A = 293 \text{ K}$ et la pression $P_A = 1 \text{ bar}$, l'eau possède un volume massique $v_A = 1,0020 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-2}$.

Dans l'état B, à la température $T_B = 350 \text{ K}$ et la pression $P_B = 20 \text{ bar}$, l'eau possède un volume massique $v_B = 1,0035 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-2}$.

La capacité thermique de l'eau (à pression constante) est supposée constante dans cet intervalle de pression et de température : $c_p \simeq 4,2 \text{ kJK}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.

1. Que vaut la variation d'enthalpie massique Δh de l'eau entre l'état A et l'état B?
2. Calculer la variation $\Delta(Pv)$ du produit de la pression par le volume massique.
3. Que peut-on conclure pour l'énergie interne.

① L'enthalpie est une fonction d'état et ne dépend que des paramètres d'état.

$$\Delta h = h_B - h_A$$



* entraînant à $v = \text{cte}$
 $\Delta h = c_p \Delta T + v \Delta P$
 $(c_p \Delta T) \gg 2 \cdot 10^3$

On calcule Δh en supposant l'eau indilatable et incompressible.

* $\Delta h = c_p \Delta T \quad \Delta h = 2,39 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$

② $\Delta(Pv) = P_B v_B - P_A v_A \quad \Delta(Pv) = 1,91 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$

On a donc $\Delta(Pv) \ll \Delta h$

③ Définition : $h = u + Pv$

$$\Delta h = \Delta u + \Delta(Pv)$$

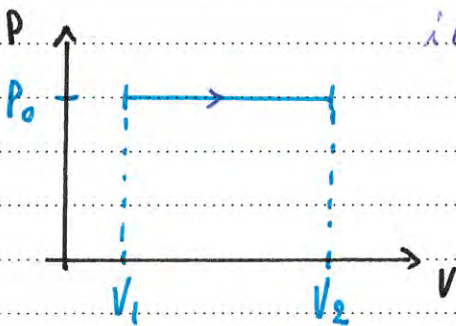
On a donc $\Delta h \simeq \Delta u$ Pour une phase condensée, on peut assimiler la variation d'énergie interne et d'enthalpie ainsi que les capacités thermiques c_p et c_v .

Ex 2 Evolution isobare d'un gaz parfait

Une quantité $n = 0,05$ mol de gaz parfait monoatomique subit une transformation isobare réversible à la pression $P_0 = 1$ bar entre les volumes $V_1 = 1$ L et $V_2 = 1,5$ L. Le seul travail reçu par le système est celui des forces de pression.

1. Est-il possible de représenter cette transformation dans un diagramme de Watt? Justifier et si oui, la représenter.
2. Expliquer pourquoi le volume de gaz peut augmenter alors que la pression est inchangée.
3. Quel est l'échange thermique reçu par le système? Commenter le sens dans lequel il a lieu.

① Diag. de Watt = les paramètres d'état doivent être définis à tout instant.
Transformation au moins quasi statique.
ici = transf. réversible = OK



② Gaz Parfait

Le volume augmente à pression constante \Rightarrow La température augmente.

Au cours de cette transformation, le gaz reçoit du travail des forces de pression ($W < 0$ détente), et il peut aussi recevoir un transfert thermique Q .

③ Transf. réversible et isobare (ég. méca en A et B)

1^{er} ppé (gaz macroscopiquement au repos) : $\Delta H = \cancel{W_{ext}} + Q$

$\Delta H = Q$ 2^e loi de Joule (G.P.) : $\Delta H = m C_{pm} \Delta T$

$$\begin{cases} P_0 V_1 = m R T_1 \\ P_0 V_2 = m R T_2 \end{cases} \quad m R \Delta T = P_0 (V_2 - V_1)$$

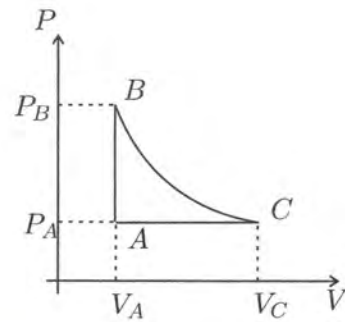
$$G.P.T. : C_{pm} = \frac{5}{2} R \quad \Delta H = \frac{5}{2} P_0 (V_2 - V_1)$$

$$Q = \frac{5}{2} P_0 (V_2 - V_1) > 0 \quad Q = 125 \text{ J} > 0$$

Ex 4 N moles de gaz parfait subissent les trois transformations du cycle réversible représenté ci-contre. Calculer Q , W , et ΔU pour chacune des trois transformations et pour le cycle.

- ◇ $P_A = 1$ bar
- ◇ $P_B = 3$ bar
- ◇ $V_A = 22,7$ L
- ◇ $\gamma = 1,4$.

La transformation de C vers B est isotherme.



* A → B = Transformation isochore
 $W_{AB} = 0$

1^{er} LJ + GP = $\Delta U_{AB} = m C_{vm} (T_B - T_A)$

$$\Delta U_{AB} = \frac{mR}{\gamma - 1} (T_B - T_A) = \frac{1}{\gamma - 1} (P_B V_B - P_A V_A)$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{V_A}{\gamma - 1} (P_B - P_A) \quad \text{1^{er} ppe de la thermo}$$

$$\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$$

$$Q_{AB} = \frac{V_A}{\gamma - 1} (P_B - P_A) \quad \Delta U_{AB} = Q_{AB} = 11,3 \text{ kJ}$$

* B → C Transformation isotherme réversible.

1^{er} LJ + GP = $\Delta U_{BC} = 0$ 1^{er} ppe = $\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC}$

$$\Sigma W = -P_{ext} dV \stackrel{Rev}{=} -P dV \stackrel{GP+isoch.}{=} -\frac{mRT_B}{V} dV$$

$$W_{BC} = -mRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = -P_B V_A \ln\left(\frac{P_B}{P_C}\right)$$

$$W_{BC} = -Q_{BC} = -P_B V_A \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) \quad W_{BC} = -7,5 \text{ kJ}$$

→ C → A = Isobare réversible

• GP + 1^{ère} LJ = $\Delta U_{CA} = \frac{mR}{\gamma-1} (T_A - T_C)$

$$\Delta U_{CA} = \frac{1}{\gamma-1} (P_A V_A - P_C V_C)$$

$$\Delta U_{CA} = \frac{1}{\gamma-1} (P_A V_A - P_B V_B) = \frac{V_A}{\gamma-1} (P_A - P_B)$$

• $W_{CA} = -P_A (V_A - V_C)$ car Transf. monobare.

• Pour déterminer Q_{CA} = soit 1^{er} pr énergie interne grâce à ΔU_{CA} et W_{CA} , soit en enthalpie + 2^{ème} LJ.

transf. monobare avec équilibre méca. à l'EI et l'EF:

$$\Delta H_{CA} = Q_{CA} \quad 2^{\text{ème}} \text{ LJ} = \Delta H_{CA} = \frac{mR\gamma}{\gamma-1} (T_A - T_C)$$

$$\text{d'où } Q_{CA} = \frac{\gamma}{\gamma-1} (P_A V_A - P_C V_C) = \frac{\gamma V_A}{\gamma-1} (P_A - P_B)$$

$$\Delta U_{CA} = \frac{V_A}{\gamma-1} (P_A - P_B) \quad \quad Q_{CA} = \frac{\gamma V_A}{\gamma-1} (P_A - P_B)$$

$$W_{CA} = -P_A (V_A - V_C) = -V_A (P_A - P_B)$$

$$\Delta U_{CA} = -11,3 \text{ kJ} \quad Q_{CA} = -15,9 \text{ kJ} \quad W_{CA} = 4,5 \text{ kJ}$$

→ Bilan $\Delta U_{\text{cycle}} = 0 \quad \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$

$$Q_{AB} + \underbrace{W_{BC} + Q_{BC}}_0 + W_{CA} + Q_{CA} = 0$$

Vérification.

Ex 14 Chaleur latente par Calorimétrie

La température ambiante est de 20°C . On opère sous pression atmosphérique constante.

1. On dispose d'un calorimètre de valeur en eau μ (masse d'eau qui aurait la même capacité calorifique que le calorimètre). Chaleur massique de l'eau : $c_0 = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. On place une masse $m_1 = 100 \text{ g}$ d'eau à 20°C et une masse $m_2 = 200 \text{ g}$ d'eau à 80°C dans le calorimètre. On mesure la température finale $\theta_f = 59^\circ\text{C}$. Calculer μ .

2. On place 200 g d'eau à 20°C et 20 g de glaçons à 0°C dans le calorimètre. On mesure $\theta_f = 11,2^\circ\text{C}$. Calculer la chaleur latente de fusion de la glace.

① Système = { calorimètre, masses d'eau m_1 et m_2 }

Evolution monobare + système calorifugé = $\Delta H = Q = 0$.

phases condensées :

$$c(\mu + m_1)(\theta_f - \theta_1) + m_2 c(\theta_f - \theta_2) = 0$$

$$\mu = \frac{-m_2(\theta_f - \theta_2)}{\theta_f - \theta_1} - m_1 \quad \mu = 7 \text{ g}$$

② chaleur latente de fusion

$$c(m_2 + \mu)(\theta_f - \theta_1) + L_f \times m_g + c m_g (\theta_f - \theta_0) = 0$$

$$L_f = \frac{-c(m_2 + \mu)(\theta_f - \theta_1) - c m_g (\theta_f - \theta_0)}{m_g}$$

$$L_f = 334 \text{ kJ/kg} \quad (\text{OK})$$

Ex 4 Bouilloire

On dispose d'une bouilloire calorifugée de puissance $P = 2000 \text{ W}$. Cette bouilloire contient un volume d'eau $V = 1 \text{ L}$ à la température $T_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$. Une résistance est totalement immergée dans l'eau et permet par effet Joule de chauffer l'eau.

1. Combien de temps faut-il pour amener l'eau à la température $T_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

2. Une fois l'eau à la température T_2 , on verse le volume d'eau $V_1 = 100 \text{ mL}$ dans une tasse à thé. On suppose que la tasse est calorifugée. On plonge une cuiller en fer de masse $m = 50 \text{ g}$ et à la température $T_3 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ dans cette tasse. Quelle est la température finale du mélange en négligeant les pertes thermiques à l'interface air/eau et air/fer ?

◇ eau liquide : $c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

◇ fer solide : $c_f = 444 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

① On suppose que toute l'énergie reçue par la résistance est transférée par effet Joule à l'eau.

↳ (on néglige la capacité thermique de la résistance devant celle de l'eau)

↳ qm dans moyenne
en extrêmes

Système {eau} fermé et macroscopiquement au repos

1^{er} pp.e $\Delta U = W_p + W_J + Q$ pas de transfert thermique du milieu ext. (calorif.)

↳ énergie reçue par effet Joule
↳ phase condensée = travail des forces de pression net ($V = \text{const}$)

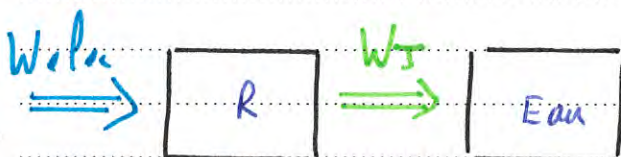
phase condensée : $\Delta U = m c \Delta T$

$W_J = P \Delta t$

$m c \Delta T = P \Delta t$

$\Delta t = \frac{m c \Delta T}{P}$ $\Delta t = 178 \text{ s}$

$\Delta t \approx 3 \text{ min}$



↳ Pas de stockage d'énergie

② Système : (2) { eau, cuillère }

(2) est isolé et au repos (pas de travail et (2) est au repos).

$$\Delta U_{\Sigma} = 0 \quad (1^{\text{er}} \text{ ppc})$$

U grandeur additive : $\Delta U_{\Sigma} = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{fer}}$

Phases condensées $\Delta U_{\text{eau}} = m_e c (T_f - T_2)$ (état final = éq. thermique)
 $\Delta U_{\text{fer}} = m_f c_f (T_f - T_3)$

$$m_e c (T_f - T_2) + m_f c_f (T_f - T_3) = 0$$

$$T_f = \frac{m_f c_f T_3 + m_e c T_2}{m_f c_f + m_e c}$$

$$T_f = 99,6^{\circ}\text{C}$$

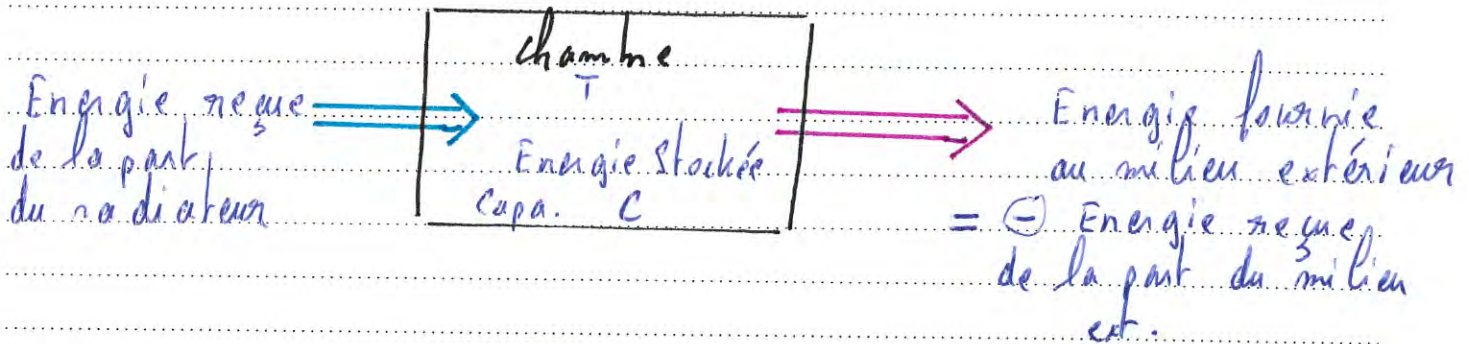
La capacité thermique du fer est très faible devant celle de l'eau.

Ex 5 Chauffage d'une chambre

Une chambre est séparée de l'extérieur par des murs en béton. La température régnant à l'extérieur est supposée constante à $T_0 = 280$ K. La température $T(t)$ à l'intérieur du local et sur ses murs est supposée uniforme mais non constante. La puissance perdue par la pièce à cause des fuites thermiques est égale à $P_{th} = \frac{1}{R}(T(t) - T_0)$ avec $R = 2,00 \cdot 10^{-2} \text{ KW}^{-1}$ la résistance thermique des parois, et elle est chauffée par un radiateur délivrant une puissance $P = 2,00 \text{ kW}$. La capacité thermique du système {local + murs} est $C = 1,50 \text{ JK}^{-1}$. A l'instant $t = 0$, la température est T_0 et on allume le radiateur.

1. Déterminer l'expression de la fonction $T(t)$ et tracer son allure.
2. Calculer la température dans le local une fois le régime stationnaire établi. Doit-on augmenter ou diminuer la puissance du radiateur ?

a) On va faire un bilan d'énergie (1^{er} principe)



Bilan pour le système fermé {local + murs} sur une durée dt
(on suppose que l'évolution est suffisamment lente pour que la température et les autres paramètres soient définis)

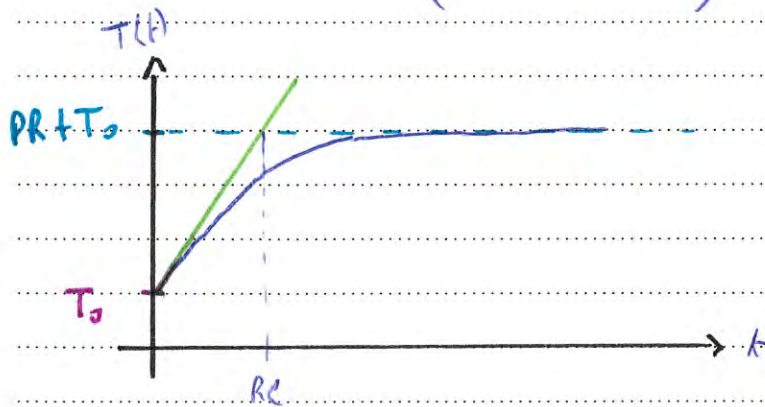
$$\underbrace{dU}_{\substack{\text{Energie} \\ \text{stockée} \\ dU = C dT}} = \underbrace{P dt}_{\substack{\text{Energie} \\ \text{reçue}}} - \underbrace{P_{th} dt}_{\substack{\text{Energie} \\ \text{dissipée}}}$$

$$C dT = P dt - \frac{1}{R} (T - T_0) dt \quad \Big) \times \frac{1}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dT}{dt} + \frac{1}{RC} T = \frac{P}{C} + \frac{T_0}{RC}}$$

Eq. diff du 1^{er} ordre. On pose $\tau = RC$

$$T(t) = PR \left(1 - e^{-t/\tau} \right) + T_0$$



② Température finale (régime stationnaire $t \rightarrow \infty$)
solution particulière de l'éq. diff.

$$T_0 = PR + T_0 \quad T_0 = 320 \text{ K.}$$

il faut diminuer la puissance...

Ex 6 Échauffement d'une bille

Une bille métallique, de capacité thermique massique c (supposée constante), est lancée vers le haut avec une vitesse v_0 , dans le champ de pesanteur g supposé uniforme. Elle atteint une altitude h , puis redescend.

1. Déterminer l'altitude maximale h_0 que peut atteindre la bille si on néglige les forces de frottement fluide entre l'air et la bille. Exprimer h_0 en fonction de v_0 et g .

2. On constate que l'altitude h est inférieure à h_0 , à cause des forces de frottement. Calculer la variation de température ΔT de cette bille entre l'instant où elle est lancée et l'instant où elle atteint son point le plus haut en supposant que :

- ◇ l'on néglige toute variation de volume de la bille,
- ◇ l'air ambiant reste macroscopiquement au repos,
- ◇ le travail des forces de frottement se dissipe pour moitié dans l'air ambiant et pour moitié dans la bille.

Exprimer ΔT en fonction de h_0 , h , g et c .

3. Calculer h_0 , puis ΔT .

Données : $c = 0,4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $v_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $h = 5 \text{ m}$

① Altitude max

Ref = terrestre supposé galiléen

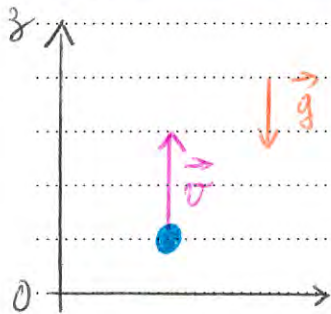
Syst = Bille de masse m

Bilan des forces = $\vec{P} = m\vec{g}$ force conservative

$E_{pp} = m \cdot g \cdot z$

on néglige les frottements

On applique le théorème de l'énergie mécanique entre $t=0$ et t_h (instant altitude max)



$$t=0 \quad \begin{cases} z_0 \\ v_0 \end{cases}$$

$$t_h \quad \begin{cases} 0 \\ z_h \end{cases}$$

$$E_m = \text{cte}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + m g z_0 = 0 + m g z_h$$

$$m g (z_h - z_0) = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$h_0 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

② On prend en compte les frottements = $h < h_0$

T.E.M à la bille

$$\Delta E_m = - \frac{1}{2} m v_0^2 + m g h = W_{\text{frott}}$$

Travail des forces de frottements

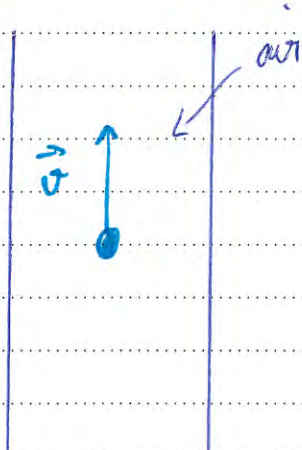
On applique maintenant le 1^{er} ppe au système formé

(2) = { bille, colonne d'air }

On prend une colonne d'air suffisamment grande pour pouvoir négliger les échanges d'énergie avec l'ext. = $Q_{\Sigma} = 0$ $W(\vec{F}_{ext})$

⚠ Les forces de frottements sont des forces intérieures au système (2).
 $A_{ij} \rightarrow$ Bille
 $Bille \rightarrow$ Air

$$\Delta(E_{cz} + U_{\Sigma}) = W(\vec{P}) = -mgh$$



L'énergie est une grandeur additive

• l'air est macroscopiquement au repos
 $\Delta E_{c,air} = 0$

• Bille $\Delta E_{c,bille} = -\frac{1}{2} m \sigma_0^2$

• $\Delta U_B + \Delta U_{air}$

d'où
$$-\frac{1}{2} m \sigma_0^2 + \Delta U_B + \Delta U_{air} = -mgh$$

• Le travail des forces de frottements se répartit à part égale dans la bille et dans l'air = $\Delta U_B = \Delta U_{air}$
 de plus - bille phase condensée = $\Delta U_B = m c \Delta T$

d'où
$$2 m c \Delta T = \frac{1}{2} m \sigma_0^2 - mgh$$

$$\Delta T = \frac{1}{2c} \left(\frac{\sigma_0^2}{2} - gh \right)$$

$$\Delta T = \frac{g}{2c} (h_0 - h)$$

③ AN = $h_0 = \frac{1}{2} \frac{100}{g}$ $h_0 = 5,1 \text{ m}$

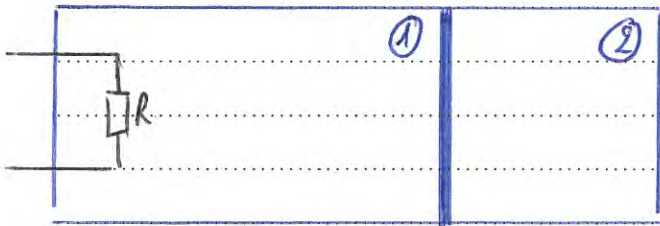
$$\Delta T = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ K} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}$$

Variation de température insignifiante

Ex 7 Chauffage par résistance électrique

Un cylindre horizontal indilatable est séparé en deux compartiments (A) et (B) par un piston d'épaisseur négligeable devant la longueur du cylindre et mobile sans frottement. Les parois du cylindre et le piston sont calorifugés. Dans l'état initial, les deux compartiments contiennent une même quantité d'air, assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$, dans les mêmes conditions de température $T_0 = 293 \text{ K}$ et de pression $P_0 = 1 \text{ bar}$ et occupant le même volume $V_0 = 1 \text{ L}$. Une résistance électrique traversant le compartiment (A) permet de chauffer lentement le gaz le contenant jusqu'à ce que sa pression soit $P_1 = 3 \text{ bar}$.

1. Dans l'état d'équilibre thermodynamique final, exprimer puis calculer les paramètres d'état (P_2, V_2, T_2) pour le gaz dans le compartiment (B) ainsi que les paramètres (V_1, T_1) pour le gaz dans (A).
2. Montrer que le transfert thermique Q_1 échangé par le gaz dans le compartiment (A) s'écrit $Q_1 = \Delta U_1 + \Delta U_2$ où U_1 et U_2 sont les énergies internes des gaz dans les compartiments (A) et (B).
3. Exprimer Q_1 en fonction de P_0, V_0 et γ . Le calculer.



① Equilibre thermodynamique

Piston immobile $\Rightarrow P_1 = P_2$

(PFS)
Volume total = $2V_0 = V_1 + V_2$

Eq. d'état des GP = $P_1 V_1 = nRT_1$ et $P_2 V_2 = nRT_2$ $P_0 V_0 = nRT_0$

Transformation gaz ② = Transformation adiabatique d'un GP

$\delta = \text{cote sur formé}$
De plus, on chauffe le compartiment ① grâce à la résistance
 P_1 augmente mais la transformation est lente

A chaque instant, on suppose la transformation suffisamment lente pour qu'il y ait équilibre mécanique.

Ainsi côté compartiment ②, on suppose la transf. mécaniquement réversible

\Rightarrow Loi de Laplace $P_2 V_2^\gamma = P_0 V_0^\gamma$

Inconnues = P_2, P_1, V_2, V_1 , et T_2 (5) et 5 équations

\Rightarrow on peut résoudre.

Eq. des GP = $P_1 (V_1 + V_2) = nR (T_1 + T_2)$ $2P_1 V_0 = nR (T_1 + T_2)$ *

Laplace $V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{1/\gamma}$ $T_2 = \frac{T_0}{P_0 V_0} P_1 \times V_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{1/\gamma}$

$$T_2 = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{1/\gamma} = T_0 \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (\text{ou directement, avec la loi de Laplace}).$$

$$V_1 = 2V_0 - V_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/\gamma} = V_0 \left[2 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/\gamma} \right]$$

$$T_1 = T_0 \times \frac{1}{P_0 V_0} (2P_1 V_0) = T_2$$

$$T_1 = T_0 \left[2 \frac{P_1}{P_0} - \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

② Transfert thermique

Le système { Compartiment 1, Compartiment 2 } est indéformable et ne reçoit par transfert thermique que de la part de la résistancé (effet Joule) le reste du système étant calorifugé.

1^{er} ppe $\Delta U_2 = Q_1$ + additivité de U

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = Q_1$$

1^{er} Loi de Joule $\Delta U_1 = \frac{mR}{\gamma-1} (T_1 - T_0)$ $\Delta U_2 = \frac{mR}{\gamma-1} (T_2 - T_0)$

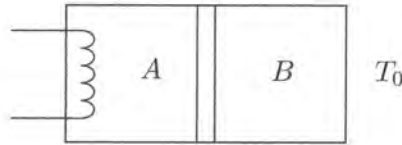
d'où $Q_1 = \frac{mR}{\gamma-1} (T_1 + T_2 - 2T_0) = \frac{mR}{\gamma-1} \times \left(\frac{2P_1 V_0}{mR} - \frac{2P_0 V_0}{mR} \right)$

$$Q_1 = \frac{2V_0}{\gamma-1} (P_1 - P_0)$$

Ex 10 Premier principe

*

Un cylindre fermé horizontal est divisé en deux compartiments A et B de même volume V_0 par un piston coulissant librement sans frottements. A et B contiennent chacun 1 mole de gaz parfait monoatomique à la pression P_0 et à la température $T_0 = 273\text{K}$ (température de la glace fondante à la pression atmosphérique). Les parois grisées sont calorifugées. Le compartiment B reste à la température T_0 par contact thermique avec la glace fondante.



1. Exprimer les volumes V_A , V_B et la pression finale d'équilibre P_f en fonction de T_1 (température du compartiment A), T_0 , V_0 correspondant à la position d'équilibre du piston.
2. Quelle est la variation d'énergie interne du gaz à l'intérieur de A et de B? En déduire la variation d'énergie interne du système $\{A + B\}$.
3. Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz en B?
4. Quel est le travail échangé par B avec A. En déduire la quantité de chaleur Q_1 reçue par le thermostat.
5. En considérant le système A trouver la quantité de chaleur Q_2 fournie par la résistance chauffante.

① Equilibre final = équilibre mécanique = $P_A = P_B = P_f$

$$V_A + V_B = 2V_0 \quad \text{GP} = \left. \begin{array}{l} P_A V_A = n R T_1 \\ P_B V_B = n R T_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_1}{T_0} \end{array}$$

$$V_A = \frac{T_1}{T_0} V_B = \frac{T_1}{T_0} (2V_0 - V_A)$$

$$(T_0 + T_1) V_A = 2T_1 V_0$$

$$V_A = \frac{2T_1}{T_1 + T_0} V_0$$

$$V_B = \frac{2T_0}{T_1 + T_0} V_0$$

$$\left. \begin{array}{l} P_0 V_0 = n R T_0 \\ P_f V_0 = n R T_0 \end{array} \right\} P_0 V_0 = P_f V_0$$

$$P_f = \frac{V_0}{V_B} P_0$$

$$P_f = \frac{T_1 + T_0}{2T_0} P_0$$

② Variation d'énergie interne

$$\text{GP} + 1^{\text{er}} \text{LJ} = \Delta U_A = m C_{\text{vm}} (T_1 - T_0)$$

$$\Delta U_B = 0$$

$$\Sigma = \{A, B\} \quad U \text{ est additive} \quad \Delta U_{\Sigma} = m C_{\text{vm}} (T_1 - T_0)$$

③ La transformation du gaz en B est isotherme

de plus cette transformation est très lente = on la suppose quasi-statique mécaniquement réversible.

$$\text{④ } \delta W_B = -P_{\text{ext}} dV \stackrel{\text{QTK}}{=} -P dV \stackrel{\text{GP}}{=} -\frac{nRT_0}{V} dV$$

$$W_B = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_B}{V_0}\right)$$

$$W_B = -nRT_0 \ln\left(\frac{\varepsilon T_0}{T_1 + T_0}\right)$$

On applique le 1^{er} pp de la thermo au gaz B :

$$\Delta U_B = W_B + Q_1 = 0 \quad Q_1 = nRT_0 \ln\left(\frac{\varepsilon T_0}{T_1 + T_0}\right)$$

⑤ Le système $\Sigma = \{A+B\}$ est de volume constant.

↳ le travail des forces de pression est nul.

$$1^{\text{er}} \text{pp} = \Delta U_{\Sigma} = \cancel{W_0} + Q_1 + Q_2$$

$$Q_2 = \Delta U_{\Sigma} - Q_1$$

$$Q_2 = m C_{\text{vm}} (T_1 - T_0) - nRT_0 \ln\left(\frac{\varepsilon T_0}{T_1 + T_0}\right)$$

Ex II Calorimétrie : méthode des mélanges *

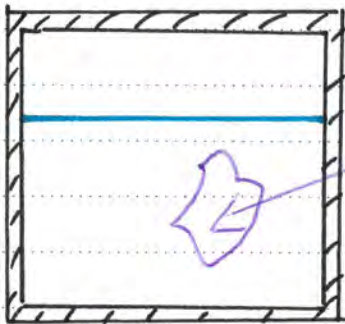
Une vieille dame achète chez un antiquaire une statue garantie en or massif de masse $m = 860$ g. Pour vérifier sa composition, elle souhaite mesurer la capacité thermique massique c du métal qui la constitue. Pour cela elle plonge la statue à la température initiale $T_0 = 293$ K dans une masse $m_e = 300$ g d'eau, de température initiale $T_e = 353$ K et de capacité thermique massique $c_e = 4,18 \cdot 10^3$ JK⁻¹kg⁻¹, contenue dans un calorimètre et elle mesure alors la température finale T_f du système à l'équilibre thermodynamique.

On définit la masse équivalente en eau du calorimètre μ par la relation $\mu = C_{cal}/c_e$ avec C_{cal} la capacité thermique du calorimètre, sa valeur est $\mu = 40$ g. Pendant toute la transformation, le système $\Sigma = \{\text{eau, statue, calorimètre}\}$ est en contact avec l'atmosphère où règne une pression P_0 .

1. Exprimer la capacité thermique c du solide en fonction de m_0 , m , μ , c_e , T_f et T_0 . Faire l'application numérique, sachant que la température finale mesurée est $T_f = 346$ K.

2. Pour tous les métaux à température ordinaire, la capacité thermique molaire a la même valeur $C_m = 3R$ (loi de Dulong et Petit). En déduire la masse molaire du métal constituant la statue et la comparer à celle de l'or ($M_{Au} = 197$ gmol⁻¹). La vieille dame s'est-elle fait arnaquer ?

①



Statue

On suppose que le calorimètre est parfaitement calorifugé.

Système = $\Sigma = \{\text{eau, statue, calorimètre}\}$

Pendant la transformation, Σ est en contact avec l'atmosphère à $P_0 \Rightarrow$ transformation isobare. (Avec équilibre méca à l'EI et à l'EF).

$$1^{\text{er}} \text{ ppe à } (\Sigma) \quad \Delta H_{\Sigma} = Q = 0$$

$$H \text{ est additive} \quad \Delta H_{\Sigma} = \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{calo}} + \Delta H_{\text{statue}}$$

$$\text{phases condensées} \Rightarrow \Delta H_{\Sigma} = C_{cal} (T_f - T_e) + m_e c_e (T_f - T_e) + m c (T_f - T_0)$$

$$c = \frac{(C_{cal} + m_e c_e) (T_f - T_e)}{m (T_f - T_0)}$$

$$c = 218 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\textcircled{2} \quad m_e = m C_m = \frac{m}{M} C_m$$

$$M = \frac{C_m}{c} \quad M = 114 \text{ g/mol}$$

↳ Arnaqué

Ex 12 Evolution d'une masse d'eau

★

Le système étudié est constitué d'une masse $m = 1 \text{ kg}$ d'eau de masse molaire $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Il subit successivement les transformations réversibles suivantes :

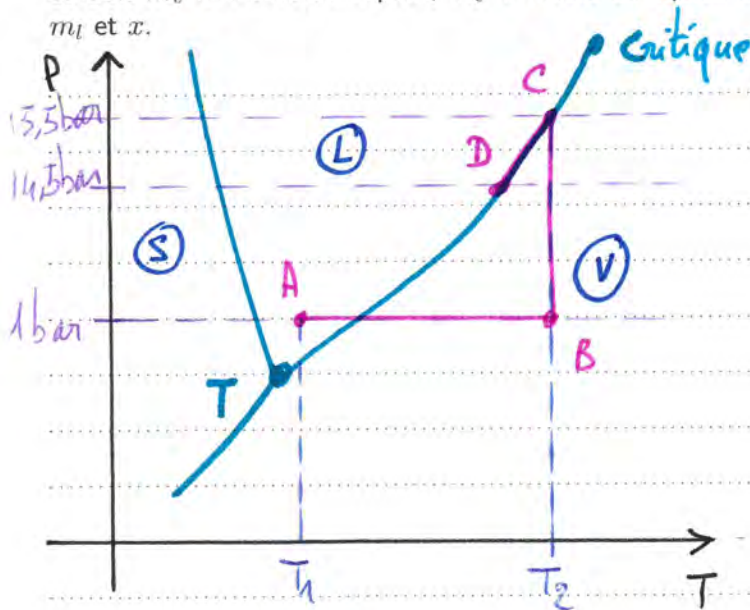
- ◇ état A : $T_1 = 298 \text{ K}$, $P_1 = 1 \text{ bar}$: on chauffe à pression constante jusqu'à un état B de température $T_2 = 473 \text{ K}$.
- ◇ on comprime à température T_2 constante jusqu'à un état C de volume $V_3 = 0,1 \text{ m}^3$ et de pression P_3 inconnue ;
- ◇ on détend ensuite jusqu'à un état D situé sur la courbe de vaporisation à la pression $P_4 = 14,5 \text{ bar}$.

On donne les valeurs suivantes :

$T \text{ (K)}$	$P_{\text{sat}} \text{ (bar)}$	$\ell_{\text{vap}} \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}$
373	1	2250
473	15,5	1950

Capacités calorifiques massiques de l'eau liquide et de l'eau vapeur (à pression constante) : $c_l = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$; $c_v = 2,0 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1. Sous quelle(s) phase(s) se trouve l'eau dans les états A, B, C et D ?
2. Représenter les transformations suivies dans un diagramme (P, T) .
3. Déterminer la pression P_3 .
4. Au cours de la transformation AB, calculer le transfert thermique et le travail reçu par le système.
5. Soit m_v la masse de vapeur, m_l la masse de liquide et x le titre massique en vapeur dans l'état C. Calculer m_v , m_l et x .



① x état A = Eau liquide
 $T_1 = 298 \text{ K}$ $P = 1 \text{ bar}$

x état B = Eau vapeur
 $T_2 = 473 \text{ K}$ $P = 1 \text{ bar}$

x Etat C : $V_3 = 0,1 \text{ m}^3$ T_2
?

x Etat D = Equilibre liquide-vapeur

Etat C = On suppose que l'eau est à l'état vapeur (animé à 1 bar)

On détermine la pression correspondante :

$$P_c = \frac{mRT_2}{V_3} = \frac{m}{\pi} \frac{R T_2}{V_3} \quad | \quad P_c = 21,8 \text{ bar} > P_{\text{sat}}(473\text{K})$$

Résultat incohérent : l'eau n'est pas totalement sous forme de vapeur → soit totalement liquide mais $1 \text{ kg d'eau } 10^{-3} \text{ m}^3 \ll V_3$

→ soit équilibre liquide-vapeur à P_{sat} .

Etat C = état diphasé $V_3 = 0,1 \text{ m}^3$ $P_3 = 15,5 \text{ bar}$
 $T_c = 473 \text{ K}$ P_{sat}

④ Transformation monobare $\Delta H = Q$

et $\Delta H = m \times \left[\underbrace{c_l (T_c - T_1)}_{\text{liquide}} + \underbrace{h_{\text{vap}}}_{\text{changement d'état}} + \underbrace{c_v (T_c - T_0)}_{\text{vapeur}} \right]$

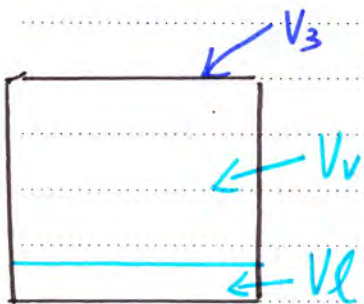
$Q = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kJ}$

* Travail = Transf. monobare

$W = -P_1 (V_2 - \cancel{V_1})$ et $V_2 = \frac{m}{\rho} \frac{RT_1}{P_1}$
 $\ll V_2$

$W \approx -\frac{m}{\rho} RT_2$ $W = -218 \text{ kJ}$ $V_1 = 10^{-3} \text{ m}^3 \ll V_2 = 2,2 \text{ m}^3$

⑤ Titre massique en vapeur en C



$V_3 = V_v + V_l$ $V_3 = 0,1 \text{ m}^3$

or $V_l < 10^{-3} \text{ m}^3$ (tout liquide)

d'où $V_3 \approx V$

Pat $V_v = m_v \frac{RT_c}{P}$ et $m_v = \frac{m_v}{\rho}$

$m_v = \rho \frac{P_{\text{sat}} \cdot V_3}{RT_c}$

$m_v = 0,71 \text{ kg}$

$m_l = 0,29 \text{ kg}$

$x = 0,71$

Ex II Surfusion

Un récipient où l'atmosphère maintient une pression constante $P_0 = 1 \text{ bar}$ contient 1 kg d'eau liquide à une température T_0 inférieure à la température de fusion $T_F = 273 \text{ K}$ à la pression P_0 : l'eau est surfondue.

Il suffit d'un choc très rapide pour que l'eau passe rapidement à l'état solide.

On donne l'enthalpie de fusion de l'eau $\ell_F = 330 \text{ kJ/kg}$ et la capacité thermique massique $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ supposée indépendante de la température et identique pour l'eau solide et l'eau liquide.

1. Déterminer la température T_1 dans l'état final où toute l'eau est à l'état solide en supposant l'évolution suffisamment rapide pour être adiabatique.

2. Exprimer l'entropie créée au cours de cette évolution et en déduire une condition sur T_0 .

① Evolution adiabatique et monobare $\Delta H = 0$

$$\Delta H = m c (T_f - T_F) - m \ell_F + m c (T_F - T_0)$$

$$0 = m c (T_f - T_0) - m \ell_F$$

$$T_f = \frac{\ell_F}{c} + T_0 \quad \Delta T = +7,9^\circ \text{C}$$

② 2nd ppe $\Delta S = S_{\text{solide}}$

$$\Delta S = -m \frac{\ell_F}{T_F} + m c \ln \left(\frac{T_f}{T_0} \right) > 0$$

$$c \ln \left(\frac{T_f}{T_0} \right) > \frac{\ell_F}{T_F}$$

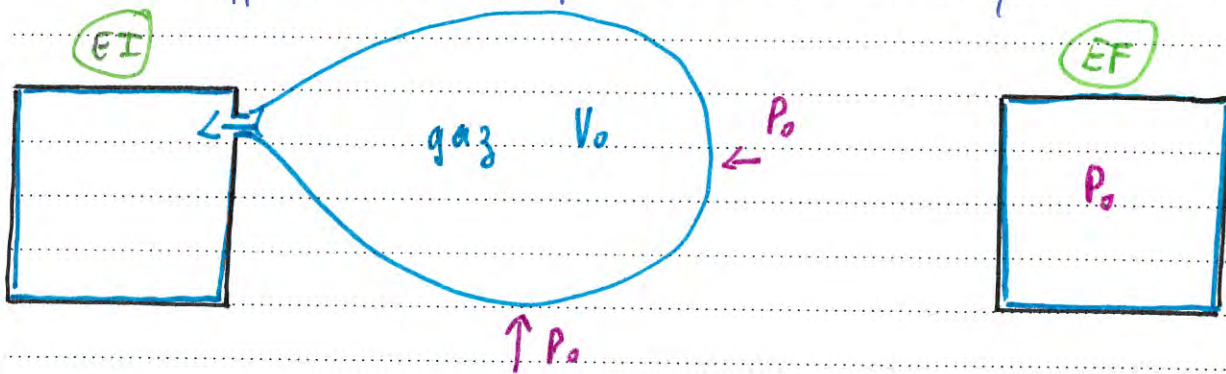
$$\ln \left(\frac{\ell_F}{c T_0} + 1 \right) > \frac{\ell_F}{c T_F}$$

Ex 15 Remplissage

Un récipient de volume V_0 est initialement vide. Il est entouré par l'air atmosphérique à la pression P_0 et à la température T_0 . On perce un petit trou de telle sorte que de l'air pénètre à l'intérieur du récipient. On referme le trou dès que les pressions intérieures et extérieures sont égales. Quelle est alors la température de l'air ayant pénétré dans le récipient ?

L'air est assimilé à un gaz parfait de coefficient γ .

L'équilibre mécanique a lieu très rapidement - les transferts thermiques n'ont pas le temps de se faire.
 \Rightarrow on suppose la transformation adiabatique.



Système = gaz qui va rentrer dans le récipient.
fermé.

Travail d'admission sous la pression atmosphérique s'entend à pression constante P_0 .

$$\delta W = -P_0 dV \quad \Rightarrow \quad W = -P_0(0 - V_0) = P_0 V_0 \stackrel{GP}{=} nRT_0$$

quantité de matière qui entre dans le réservoir.

$$\Delta U = W + \cancel{Q}$$

$$GP \Rightarrow \text{voir LJ}$$

$$\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_0)$$

$$\text{d'où } \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_0) = nRT_0 \quad \boxed{T_f = \gamma T_0}$$

Ex 16 Expérience Clément et Desormes

**

Cette expérience permet la mesure du coefficient γ d'un gaz :

$$\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$$

Un récipient de grande capacité et muni d'un robinet R contient une certaine quantité de gaz (assimilé à un gaz parfait) à la pression P_0 et à la température atmosphérique T_0 .

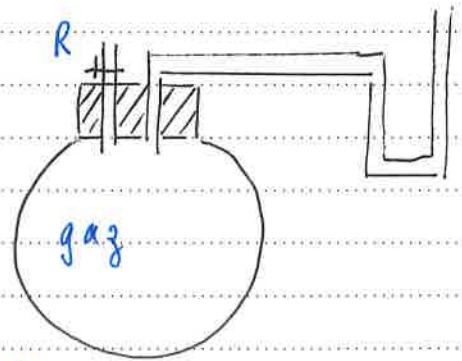
Ce récipient est relié à un manomètre à liquide (eau) permettant de mesurer la pression à l'intérieur du gaz intérieur.

A l'aide d'une pompe, on comprime très légèrement le gaz. Lorsque la température est stabilisée à T_0 , la pression du gaz vaut $P_1 = P_0 + p_1$ avec $p_1 \ll P_0$. le manomètre indique une dénivellation h_1 . On ouvre et on referme aussitôt le robinet. On constate alors que la dénivellation du liquide dans le manomètre s'annule dans un premier temps puis, prend une valeur h_2 , quand le gaz retrouve sa température initiale T_0 .

1. Analyser les transformations que subit le gaz pendant l'ouverture et après la fermeture du robinet. Représenter le graphe dans un diagramme de Clapeyron.

2. Calculer le coefficient γ en fonction de dénivellations h_1 et h_2 .

Pour l'air on a mesuré $h_1 = 18,2$ cm et $h_2 = 5,0$ cm. En déduire la valeur de γ .



① $P_1 > P_0$

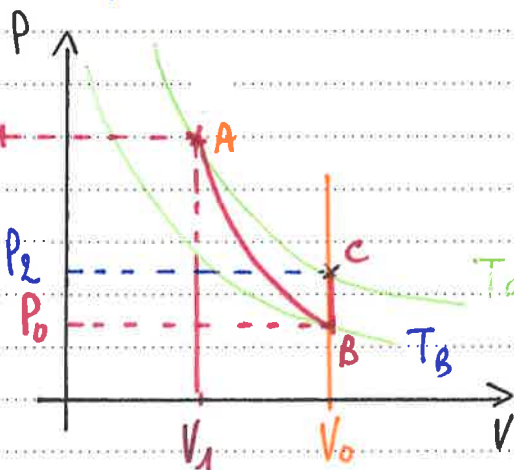
Le gaz est faiblement comprimé.

Quand on ouvre le robinet, une petite quantité de gaz s'échappe du récipient jusqu'à ce que la pression devienne égale à la pression atmosphérique P_0 .

Cette transformation est très rapide = on néglige alors les transferts thermiques (on suppose qu'ils n'ont pas le temps de se réaliser).

↳ le gaz subit alors une détente adiabatique.

De plus, $p_1 \ll P_0$ = on suppose que le gaz est toujours en équilibre thermodynamique interne = ses paramètres d'état sont toujours définis.



Lorsqu'on ouvre le robinet, dn moles de gaz s'échappent telles que $dn \ll n_0$ on note $n_1 = n_0 - dn$.

On considère comme système les n_1 moles de GP.

Etat initial : A = pression $P_0 + p_1$ Température T_0
volume $V_1 < V_0$
volume occupé par les n_0 moles de gaz

B : Juste à la fin de détente : Volume V_0
Température T_B
Pression P_0 (pression atmosphérique).

Comme $P_0 < P_0 + p_1$, $T_B < T_0$

C : On attend l'équilibre thermique : échauffement isochore.
 T_0 , V_0 et $P_2 = P_0 + p_2$

② Calcul de γ

Loi de Laplace : GP + adiabatique réversible + γ est :

$$(P_0 + p_1)^{1-\gamma} T_0^\gamma = P_0^{1-\gamma} T_B^\gamma \quad \text{avec } p_1 \ll P_0$$

$$\left(\frac{P_0 + p_1}{P_0}\right)^{1-\gamma} = \left(\frac{T_B}{T_0}\right)^\gamma = \left(\frac{T_0 + (T_B - T_0)}{T_0}\right)^\gamma \quad \text{avec } T_0 - T_B \ll T_0$$

$$\text{or } (1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha \varepsilon \quad \text{avec } |\varepsilon| \ll 1$$

$$\text{d'où } 1 + (1-\gamma) \frac{p_1}{P_0} = 1 + \gamma \frac{T_B - T_0}{T_0}$$

$$\text{① } (1-\gamma) \frac{p_1}{P_0} = -\gamma \frac{T_0 - T_B}{T_0}$$

$$\text{Transformation isochore} = \begin{aligned} P_0 V_0 &= n_0 R T_B \\ P_2 V_0 &= n_0 R T_0 \end{aligned}$$

en faisant le rapport des 2 expressions :

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{T_0}{T_B} \quad \text{ou} \quad \underbrace{|P_2 - P_0|}_{P_2} \ll P_0$$

$$\frac{P_0 + P_2}{P_0} = \frac{T_0}{T_0 + (T_B - T_0)} = \frac{1}{1 + \frac{T_B - T_0}{T_0}}$$

Toujours avec $(1 + \epsilon)^x \approx 1 + x\epsilon$

$$1 + \frac{P_2}{P_0} = 1 - \frac{T_B - T_0}{T_0} \quad \frac{P_2}{P_0} = \frac{T_0 - T_B}{T_0} \quad \textcircled{2}$$

On remplace $\frac{T_0 - T_B}{T_0}$ de $\textcircled{2}$ dans $\textcircled{1}$

$$(1 - \gamma) \frac{P_1}{P_0} = -\gamma \frac{P_2}{P_0} \quad (1 - \gamma) P_1 = -\gamma P_2$$

$$\gamma = \frac{P_1}{P_1 - P_2} = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

$$AN: \quad \underline{\gamma = 1,38}$$

Cette expérience ne donne pas des résultats très précis.

↳ la mesure de γ peut se faire grâce à la vitesse du son dans le gaz considéré.