

Ex 2 Distance interatomique

Connaissant la masse molaire du fer $M(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g/mol}$ et la masse volumique du fer solide $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, calculer la distance typique entre deux atomes de fer dans le fer solide. On pourra supposer l'arrangement régulier des atomes : c'est-à-dire comme un empilement de cubes de côtés a dont chaque centre est occupé par un atome de fer.

Commenter sachant que le rayon du fer est estimé à $r = 140 \text{ pm}$.

Masse molaire $M(\text{Fe}) = m \times N_A$
↳ masse d'un atome

Volume : chaque atome occupe un cube de côté a

$$V = a^3 \quad \Rightarrow \quad \text{masse volumique} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{M(\text{Fe})}{N_A \times a^3}$$

$$a = \left(\frac{M(\text{Fe})}{\rho \times N_A} \right)^{1/3}$$

$$a = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$a = 230 \text{ pm}$$



ordre de grandeur correct
on devrait avoir $a \approx 2r$

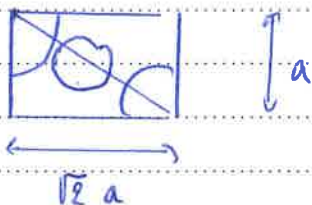
Crystallo = fer α = réseau cubique centré

2 atomes par maille
cube d'arête a

modèle des sphères dures $a = \frac{4}{\sqrt{3}} R$

$$4R = \sqrt{3} a$$

↳ Contact sur la grande diagonale du cube.



Compacité = 0,68

Ex 3 Variables d'état

On considère la relation : $dV/V = \alpha \cdot dT - \chi_T \cdot dP$.

1. **Surpression dans un thermomètre à alcool** : Un thermomètre à alcool est à une température telle que son réservoir et sa hauteur sont complètement remplis de liquide, d'équation d'état $V = f(P, T)$. Connaissant les coefficients thermoélastiques : $\alpha = 11,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ et $\chi_T = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$ (supposés constants), montrer qu'une simple variation de température de $0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ suffit à créer une surpression considérable. Que se passe-t-il ?

2. **Compressibilité d'un solide** : Un morceau de métal est pris à $20 \text{ }^\circ\text{C}$ sous une pression de 1 atmosphère. Déterminer la pression qu'il faut exercer sur ce morceau de métal pour que son volume reste constant lorsque sa température passe à la valeur $30 \text{ }^\circ\text{C}$. On donne $\alpha = 5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ et $\chi_T = 7 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$.

$$\textcircled{1} \quad \frac{dV}{V} = \alpha \cdot dT - \chi_T \cdot dP$$

Transformation à volume constant = $dV = 0$.

$$\text{d'où} \quad d \Delta T = \chi_T \cdot dP$$

On suppose α et χ_T constants sur les variations de T et P considérées.

$$d \cdot \Delta T = \chi_T \cdot \Delta P$$

$$\Delta P = \frac{\alpha}{\chi_T} \Delta T$$

$$\Delta P = 2 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$\Delta P = 200 \text{ bar}$$

$\textcircled{2}$ on souhaite à nouveau $dV = 0$.

$$\Delta P = \frac{\alpha}{\chi_T} \Delta T$$

$$\Delta P = 7,1 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Ex 4 Echauffement à volume constant

Un fluide d'équation d'état $f(P, V, T) = 0$ est enfermé dans un récipient de volume constant V_0 . L'état initial est caractérisé par $T = T_0$, $P = P_0$.

Le volume étant maintenu constant on impose une augmentation de température ΔT : T passe de T_0 à $T_0 + \Delta T$ et la pression passe de P_0 à $P_0 + \Delta P$.

1. Le fluide est un gaz parfait, exprimer ΔP en fonction de P_0 , T_0 et ΔT . Calculer ΔP pour $\Delta T = 1$ K, $P_0 = 1$ bar et $T_0 = 300$ K.

2. Le fluide est une phase condensée idéale, indilatable et incompressible. Déterminer ΔP .

3. HP : Le fluide a un coefficient de dilatation α et un coefficient de compressibilité isotherme χ_T constants dans le domaine de température et de pression considérés. Ecrire son équation d'état (valable dans ce domaine de T et de P) et exprimer ΔP .

Pour le mercure ($\alpha = 1,5 \cdot 10^{-4}$ K et $\chi_T = 3,8 \cdot 10^{-11}$ Pa $^{-1}$), calculer ΔP pour $\Delta T = 1$ K.

4. Que se passe-t-il si dans un thermomètre à liquide celui-ci atteint le haut de la colonne ?

① Gaz parfait $PV = nRT$ avec $V = \text{cte}$ et $m = \text{cte}$.

$$E.I. = P_0 V_0 = n R T_0$$

$$E.F. = (P_0 + \Delta P) V_0 = n R (T_0 + \Delta T)$$

$$\text{d'où} \quad \Delta P V_0 = n R \Delta T \quad \text{avec} \quad n R = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$\Delta P = \frac{P_0}{T_0} \Delta T \quad \Delta P = 3,3 \cdot 10^6 \text{ bar}$$

② Phase condensée indilatable et incompressible :
 $V(T, P) = V_0$ P et T sont découplées
La pression reste constante et égale à P_0 .

$$\textcircled{3} \quad V(T, P) \quad dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP$$

$$\frac{dV}{V} = \underbrace{\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P}_{\alpha} dT + \underbrace{\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T}_{-\chi_T} dP$$

$$\frac{dV}{V} = \alpha dT - \chi_T dP$$

$$\text{On intègre} \quad \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) = \alpha (T - T_0) - \chi_T (P - P_0)$$

$$V = V_0 \quad \Delta P = \frac{\alpha}{\chi_T} \Delta T \quad \Delta P = 3,9 \text{ bar}$$

Si le mercure atteint le haut de la colonne, la pression augmente et fait éclater le tube de verre (qui se dilate moins que le liquide).

$$P_0 - |\Delta P| \times N \geq P_f \quad 7 \text{ pneus}$$

Ex 5 Pression dans un pneu

1. Un pneu sans chambre (de volume supposé constant) est gonflé à froid ($\theta = 20^\circ\text{C}$) au moyen d'air sous une pression de 2,1 bar. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche désormais une pression de 2,3 bar. Justifier et déterminer le paramètre manquant.

2. On gonfle à température constante un pneu de volume $V = 50\text{ L}$, avec de l'air comprimé assimilé à un gaz parfait. Cet air comprimé est contenu dans un réservoir de volume $V_0 = 80\text{ L}$ où la pression initiale est $P_0 = 15\text{ bar}$. La pression initiale du pneu est considérée nulle et sa pression finale est $P_f = 2,6\text{ bar}$. Déterminer la pression P_1 dans le réservoir à la fin du gonflage d'un pneu, puis le nombre de pneus que l'on peut ainsi gonfler.

① Les frottements du pneu sur le sol entraînent un échauffement de l'air dans le pneu. Le volume étant supposé constant, l'augmentation de température entraîne une variation (\rightarrow) de pression.

Hyp. = gaz parfait

$$P_0 V_0 = n R T_0$$

$$P_f V_0 = n R T_f$$

d'où $\frac{P_f}{P_0} = \frac{T_f}{T_0}$

$$T_f = \frac{P_f}{P_0} \times T_0$$

$$T_f = 321\text{ K}$$

$$\theta_f = 48^\circ\text{C}$$

② Température constante, T_0

Pour remplir la bouteille on prélève m_b mol d'air :

$$P_f V = m_b R T_0 \quad m_b = \frac{P_f V}{R T_0}$$

dans le réservoir $EI = P_0 V_0 = m_0 R T_0$

Après un remplissage $P_1 V_0 = (m_0 - m_b) R T_0$

$$P_1 V_0 = (P_0 V_0 - P_f V) \quad P_1 = P_0 - \frac{V}{V_0} P_f$$

$$\Delta P = - \frac{V}{V_0} P_f = -1,6 \text{ bar}$$

$$\times \text{nb. de bouteilles} = N = \left\lfloor \frac{P_0}{|\Delta P|} - 1 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{V_0 P_0}{V P} - 1 \right\rfloor = 7,76$$

on ne peut remplir que si la pression dans le réservoir reste supérieure à 2,6 bar.

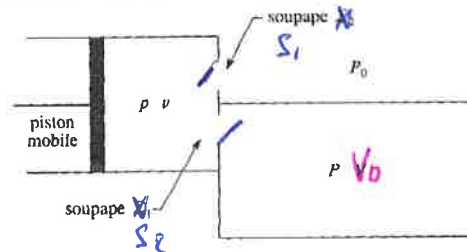
4 pneus

$$P_0 - k \frac{V}{V_0} P_f \geq P_f$$

$$k \leq \frac{P_0 - P_f}{V P_f} \cdot V_0$$

Ex 6 Utilisation d'une pompe

Un réservoir de volume V_0 contient initialement de l'air (assimilable à un gaz parfait) à la pression P_0 . On peut augmenter cette pression en y refoulant de l'air à l'aide d'une pompe. La pompe est constituée d'un cylindre dans lequel coulisse sans frottement un piston actionné par un moteur. Le volume maximal du cylindre est V (le piston est alors en début de course à gauche), le volume minimal du cylindre est v (le piston est en fin de course à droite). Lorsque le piston se déplace vers la gauche, les soupapes S_1 et S_2 sont d'abord fermées, puis S_1 s'ouvre dès que la pression de l'air résiduel contenu dans le cylindre devient égale à la pression atmosphérique P_0 ; l'air extérieur est alors aspiré par la pompe. Lorsque le piston se déplace vers la droite, S_1 se ferme, l'air contenu dans le cylindre est comprimé, puis S_2 s'ouvre dès que la pression de l'air du cylindre devient égale à celle de l'air contenu dans le réservoir, l'air du cylindre est alors refoulé dans le réservoir.



Nous supposons qu'au cours des diverses transformations, l'air décrit une suite continue d'états d'équilibre thermodynamique internes à température constante (transformation isotherme).

1. Au cours du coup de pompe k , le volume du cylindre passe de v à V puis de V à v . La pression P dans le réservoir passe de P_{k-1} à P_k . Déterminer la relation de récurrence entre les P_k .
2. Déterminer P_{lim} valeur de P lorsque $P_{k-1} = P_k$. Quelle est la signification de cette pression ?
3. Déterminer la suite $P_k - P_{lim}$, puis l'expression de P_k .

① Piston à gauche = fin de remplissage du compartiment mobile.
 pression P_0 . BP = $P_0 V = m_p R T_0$ à chaque remplissage.

Le piston se déplace vers la droite.
 & ouvre de S_2 quand $P_p = P_{k-1}$
 $P_p V_p = m_p R T_0 = P_0 V$ $V_p = \frac{P_0}{P_{k-1}} V$
 & en bout de course = pression uniforme dans le réservoir et la "pompe",
 système { réservoir + pompe } + isotherme

$$(V_0 + v) P_k = (V_p + V_0) P_{k-1} = \left(\frac{P_0}{P_{k-1}} V + V_0 \right) P_{k-1} \quad (1)$$

d'où

$$P_k = \frac{V_0}{V_0 + v} P_{k-1} + \frac{V}{V_0 + v} P_0$$

② Pression limite

$$P_{lim} = \frac{V_0}{V_0 + \sigma} P_{lim} + \frac{V}{V_0 + \sigma} P_0$$

ou avec ① $(V_0 + \sigma) = \frac{P_0 V}{Pl} + V_0$

$$Pl = P_0 \times \frac{V}{\sigma}$$

le clapet n.e. peut plus s'ouvrir.

③ $u_k = P_k - Pl$

$$u_{k-1} = P_{k-1} - Pl$$

$$P_{k-1} = u_{k-1} + Pl$$

$$u_k = \frac{V_0}{V_0 + \sigma} (u_{k-1} + Pl) + \frac{V}{V_0 + \sigma} P_0 - \frac{P_0 V}{\sigma}$$

$$u_k = \frac{V_0}{V_0 + \sigma} u_{k-1} + \frac{V_0}{V_0 + \sigma} \frac{V}{\sigma} P_0 + \frac{V_0}{(V_0 + \sigma) \sigma} Pl - \frac{P_0 V}{\sigma}$$

$$u_k = \left(\frac{V_0}{V_0 + \sigma} \right) u_{k-1}$$

$$u_k = \left(\frac{V_0}{V_0 + \sigma} \right)^k u_0$$

$$P_k = \left(\frac{V_0}{V_0 + \sigma} \right)^k (P_0 - Pl) + Pl$$

de masse m

TLB ME 1

1. On dépose un glaçon sortant du congélateur dans une coupelle et on l'abandonne à l'air libre. Quel est l'état final? Dans cette transformation le système constitué par le glaçon reçoit-il du travail? du transfert thermique?
2. En hiver, un ballon de baudruche initialement à l'équilibre dans un lieu chauffé est apporté à l'extérieur. le système constitué par le ballon et l'air qu'il contient reçoit-il du travail? du transfert thermique?
3. Comment peut-on qualifier les transformations précédentes.

① Etat final = masse m d'eau liquide à la température du milieu extérieur (équilibre thermique).

* Transfert thermique = changement d'état (fusion) puis augmentation de la température sous pression atmosphérique. La masse m a bien reçu un transfert thermique (positif). ↑ endothermique

* Travail = si on néglige la variation de volume, $W = 0$ (isochore). En réalité, la glace a un volume molaire plus grand que l'eau liquide. \Rightarrow diminution de volume lors d'une transformation monobare $W > 0$

② le ballon est soumis à la pression atmosphérique \Rightarrow transformation monobare.

* Travail = le volume du ballon diminue ($P = \text{cte}$ et $T \downarrow$). le ballon reçoit du travail des forces de pressions.

* Transfert thermique: la température diminue et le ballon cède du transfert thermique au milieu ext. ($\Delta H < 0$) ↳ éq. méca) EI et EF

③ Les transformations sont monobares avec équilibre méca à l'EI et l'EF.

Les transformations sont aussi monothermes mais sans équilibre thermique avec le milieu ext. à l'EI.

TH 2

TLB_{ME} 2 Changements d'état

1. Dans une centrale nucléaire à REP (réacteur à eau pressurisée), le circuit primaire contient de l'eau liquide dont la température varie entre $286\text{ }^{\circ}\text{C}$ en entrée de la cuve du réacteur et $323\text{ }^{\circ}\text{C}$ en sortie de la cuve. Déterminer si la pression est de $1,55\text{ bar}$, $15,5\text{ bar}$ ou 155 bar .
2. On remplit à moitié une bouteille d'eau minérale en plastique avec de l'eau chaude, puis on la ferme bien. Que se passe-t-il quand la bouteille refroidit? Pourquoi?

① On utilise le diagramme (P, T) de l'eau.

L'eau doit être liquide à $323\text{ }^{\circ}\text{C}$ (596 K). La pression doit donc être élevée.

⇒ pression 155 bar

(pour info TD TH 5

$T = 473\text{ K}$, $P_{\text{atm}} = 1,013\text{ bar}$)

② Quand l'air contenu dans la bouteille refroidit, le volume diminue ⇒ la bouteille se "contracte".

Ex 1 Atmosphère

1. Calculer la vitesse de libération (méca) et la vitesse quadratique moyenne du dihydrogène et du diazote à la surface des quatre planètes telluriques pour une température de 300 K. Est-il possible d'avoir une atmosphère autour de ces planètes.

Planète	Diamètre(km)	Rapport $\frac{m}{M_T}$	km/s
Mercure	4878	0,055	4,24
Vénus	12104	0,815	10,4
Terre	12756	1	11,2
Mars	6794	0,107	5,01

2. Quel devrait être l'ordre de grandeur de la température pour que les molécules de diazote échappent à l'attraction terrestre?

① Vitesse de libération $E_{\text{me}} = \frac{1}{2} m v_x^2 - G \frac{\pi m}{R} = 0$

d'où $v_x = \sqrt{\frac{\pi g}{R}}$ πm masse de la planète
 R rayon

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$u_{H_2} = 1,96 \text{ km/s}$$

$$u_{N_2} = 0,52 \text{ km/s}$$

$u \Rightarrow$ vitesse quadratique moyenne \Rightarrow de nombreuses particules sont plus rapides

\Rightarrow les particules peuvent s'échapper de Mercure et Mars. ce qui peut expliquer qu'il n'y ait pas d'atmosphère.

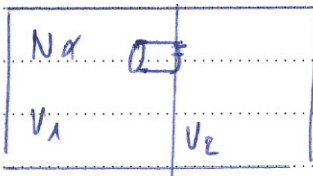
Rappel = planète tellurique (par opposition à une planète gazeuse).

\rightarrow planète composée de roches et de métaux
3 enveloppes (noyau, manteau, croûte)

Ex 2 Effusion d'un gaz

On considère deux compartiments de volume V_1 et V_2 . L'ensemble est maintenu à la température T . Entre les deux compartiments, un petit trou de section s a été percé. Initialement on a N_a particules d'un gaz parfait dans V_1 . On note N_1 et N_2 les nombres de particules dans les volumes V_1 et V_2 et on adopte le modèle suivant : les particules ont toutes le même module de vitesse v et leur vitesse est suivant les directions $\vec{u}_x, -\vec{u}_x, \vec{u}_y, -\vec{u}_y, \vec{u}_z$ et $-\vec{u}_z$.

1. Quel est le nombre $dN_{1 \rightarrow 2}$ passant de V_1 à V_2 entre t et $t + dt$?
2. En déduire les équations différentielles vérifiées par N_1 et N_2 en fonction de N_1, N_2, s, v et $V = V_1 = V_2$.
3. Etablir les expressions de N_1 et N_2 en fonction du temps.
4. Définir un temps caractéristique τ .
5. Comment varie-t-il en fonction de la masse du gaz si on admet que $v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$?
6. Quelle peut être l'application pratique de ce phénomène d'effusion gazeuse?



entre t et $t + dt$ pour passer de V_1 à V_2 les particules doivent être comprises entre dans le volume de section s et de longueur $v dt$.

$$dN_{1 \rightarrow 2} = \frac{N_1}{V} \times \frac{1}{6} v s dt \quad \text{de même} \quad dN_{2 \rightarrow 1} = \frac{N_2}{6V} v s dt$$

② de plus conservation $dN_1 = -dN_2$

$$N_1 + N_2 = N_a \quad dN_1 = dN_{2 \rightarrow 1} - dN_{1 \rightarrow 2}$$

$$dN_1 = \frac{N_2}{6V} v s dt - \frac{N_1}{6V} v s dt = \left(\frac{N_a - N_1}{6V} v s - \frac{N_1}{6V} v s \right) dt$$

$$\frac{dN_1}{dt} + \frac{N_1}{3V} v s = \frac{N_a}{6V} v s$$

$$\tau = \frac{3V}{v s}$$

$$N_1 = c e^{-t/\tau} + \frac{N_a}{2} \quad \left| \quad N_1 = \frac{N_a}{2} \left(1 + e^{-t/\tau} \right) \right.$$

$$\left. N_2 = \frac{N_a}{2} \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \right.$$

$$\text{avec } v = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\tau \approx \frac{V}{s} \sqrt{\frac{3M}{RT}}$$

temps proportionnel à \sqrt{M}

③ On peut enrichir les mélanges qd on a 2 types de particules.

Ex 4 Distribution de Maxwell-Boltzmann

Un gaz parfait en équilibre thermique dans une enceinte à la température T est constitué de N molécules de masse m . Les chocs moléculaires se traduisent par une répartition aléatoire des vitesses des molécules suivant la distribution de Maxwell-Boltzmann. Ainsi le nombre de molécules de l'enceinte dont le module de la vitesse est compris entre v et $v + dv$ est donné par :

$$dN_v = N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) 4\pi v^2 dv$$
$$= N f(v) dv$$

1. Que représente $f(v)$? Donner l'allure de la fonction $f(v)$.
2. Calculer la vitesse moyenne $\langle v \rangle$ et la vitesse quadratique moyenne u d'une molécule de ce gaz. On donne

$$I_k = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} x^k dx \quad I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$I_1 = \frac{1}{2\alpha} \quad I_k = \frac{k-1}{2\alpha} I_{k-2}$$

3. Donner les valeurs numériques de $\langle v \rangle$ et de u pour le diazote à $T = 273$ K. Commenter.
4. Dédurre de ce qui précède l'expression de l'énergie cinétique moyenne d'une molécule en fonction de k_B et de T .
5. En utilisant la loi des gaz parfaits, montrer que la pression est donnée par $P = \frac{1}{3} n^* m u^2$ avec n^* la densité moléculaire.
6. Le trajet en ligne droite effectué par une molécule de gaz entre deux chocs s'appelle le libre parcours moyen. Il est donné par la relation suivante :

$$\ell_m = \frac{1}{\pi \sqrt{2} \sigma^2} n^{*-1}$$

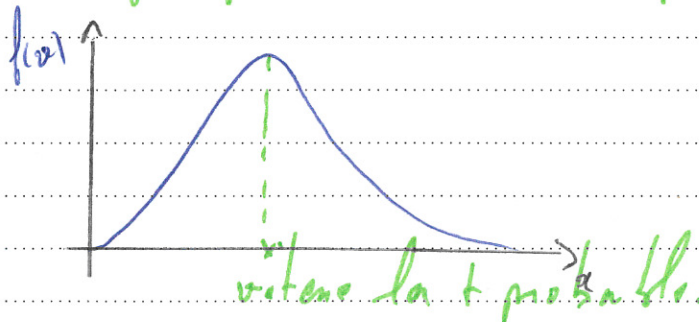
où σ est le diamètre des molécules. Pour le diazote, on donne $\sigma_{N_2} = 3,77 \cdot 10^{-10}$ m. Exprimer ℓ_m en fonction de P et T . Calculer ℓ_m pour du diazote lorsque $T = 273$ K et $P = 1,00 \cdot 10^5$ Pa. Que devient cette valeur si la pression est réduite d'un facteur 10^8 ? Pourquoi dit-on qu'à très basse pression, les phénomènes de paroi sont prépondérants?

① On a $dN_v = N f(v) dv$ d'où $f(v) dv = \frac{dN_v}{N}$

probabilité qu'une molécule ait une vitesse comprise entre v et $v + dv$.

$$\int_0^{+\infty} f(v) dv = 1$$

↪ f fonction densité de prob.



$$\textcircled{2} \langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv \quad \text{et} \quad u^2 = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv$$

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{-m v^2}{2k_B T} \right) 4\pi v^3 dv$$

$$\langle v \rangle = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times 4\pi I_3 \quad \text{avec} \quad d = \frac{m}{2k_B T}$$

$$\langle v \rangle = \left(\frac{d}{\pi} \right)^{3/2} \times 4\pi I_3$$

$$\text{et} \quad I_3 = \frac{2}{2d} I_1 = \frac{1}{d} \times \frac{1}{2d}$$

$$\langle v \rangle = \left(\frac{d}{\pi} \right)^{3/2} \times 4\pi \frac{1}{2d^2}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi \times d}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

$$u^2 = \int_0^{\infty} 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^4 \exp(-d v^2) dv$$

$$u^2 = 4\pi \left(\frac{d}{\pi} \right)^{3/2} I_4 = \frac{3}{2 \cdot d} \quad u = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$\text{et} \quad \frac{\pi}{m} = \frac{R}{k_B} = d \alpha$$

$$\text{d'où} \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$u = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\textcircled{3} AN = n(N_2) = 28,0 \text{ g/mol}$$

$$\langle v \rangle = 454 \text{ m/s} \quad u = 493 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{4} \langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\textcircled{5} \quad P = \frac{1}{3} n^* m u^2 \quad ? \quad P = \frac{nRT}{V} = \frac{Nk_B T}{V} = n^* k_B T$$

$$T = \frac{m u^2}{3k_B} \quad \text{d'où} \quad P = \frac{1}{3} n^* m u^2$$

$$\textcircled{6} \quad n^* = \frac{3P}{m u^2}$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{l = \frac{k_B T}{\pi \sqrt{2} \sigma^2} \times \frac{1}{P}}$$

$$n^* = \frac{P}{k_B T}$$

$$l = 4,41 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

On diminue la pression = $l_p = 4,41 \text{ m}$

Aux très basses pressions, l_p peut devenir supérieur (nettement) aux dimensions de l'enceinte contenant le gaz.

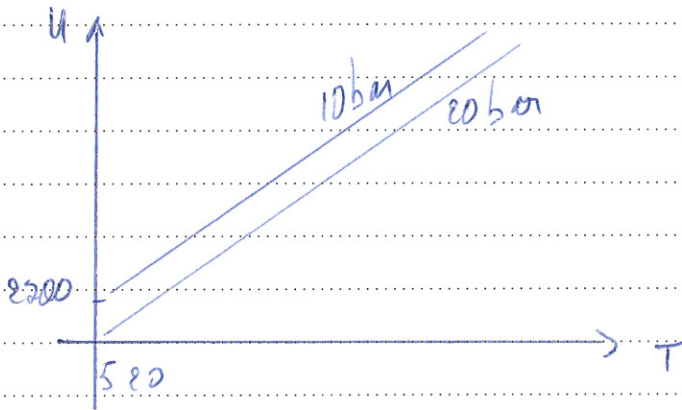
Dans ce cas les chocs des particules sur les parois deviennent beaucoup plus fréquents que les chocs des particules entre elles.

Ex 5 Energie interne

Les valeurs expérimentales de l'énergie interne massique de la vapeur d'eau sont les suivantes :

T(K)	523	573	623	673
à $P = 10$ bar	2711	2793	2874	2956
à $P = 20$ bar	2683	2773	2859	2944

1. Tracer les courbes donnant l'énergie interne en fonction de la température.
2. A-t-on un gaz parfait ? Justifier.
3. Comparer la capacité thermique à volume constant à celle d'un gaz parfait monoatomique.



② L'énergie interne est proportionnelle à la température mais les courbes ne sont pas confondues
→ U dépend de la pression
→ on n'a pas un gaz parfait.

③ Capacité thermique = pente
10 bar : 88 J/mol/K
20 bar : 89 J/mol/K

$$\text{G.P.R. } \frac{3}{2} R = 12,5 \text{ J/mol/K.}$$

pente supérieure (vibrations et rotations).

Ex 6 Gaz réel de Clausius

1. Donner l'équation d'état d'un gaz parfait. Quelles sont les deux hypothèses qui définissent au niveau microscopique un gaz parfait ?
2. L'argon est un gaz noble qui peut être modélisé aux faibles pressions par l'équation d'état molaire :

$$P(V_m - b) = RT$$

où b est une constante positive caractéristique de ce gaz.

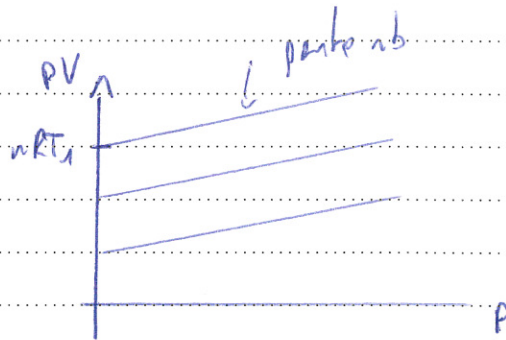
- 2.1. Ecrire cette équation d'état pour une quantité n de matière quelconque.
- 2.2. Quelle est l'hypothèse du gaz parfait qui reste valable pour ce gaz et quelle est celle qui ne l'est plus.
- 2.3. Tracer l'allure de quelques courbes isothermes en coordonnées d'Amagat ($y = PV$ en fonction de P). Si on obtient de telles isothermes expérimentalement comment en déduire la valeur de b ?
- 2.4. Déterminer la limite du produit PV quand P tend vers 0 et commenter le résultat obtenu.

① $PV = nRT$ sans volume propre
sans interaction entre elles

② ① $V_m = \frac{V}{n}$ $P\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT$
 $P(V - nb) = nRT$

Volume accessible aux molécules - $V - nb < V$

→ volume propre

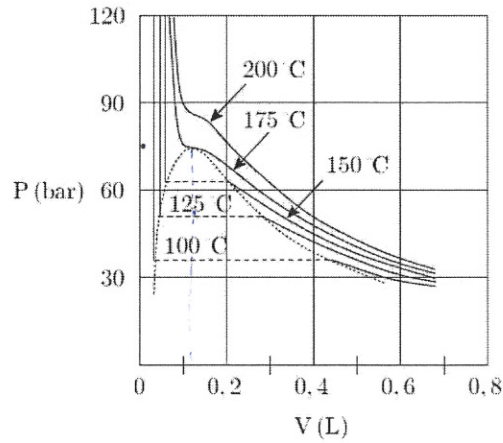


③ $PV = nRT + nb$

④ $PV \xrightarrow{P \rightarrow 0} nRT$ aux faibles pressions le gaz réel tend vers le modèle du G.P.

Ex 8 Isotherme d'Andrews

La figure présente les courbes expérimentales (isotherme d'Andrews) représentant la pression P d'une mole de fluide en fonction du volume V occupé pour différentes températures.



- Déterminer les coordonnées (P_c, V_c) du point critique.
- Préciser l'état du fluide et calculer les titres molaires x_v et x_l de la vapeur et du liquide pour
 - $V = 0,6$ L et $\theta = 110$ °C.
 - $P = 110$ bar et $\theta = 110$ °C.
 - $V = 0,2$ L et $\theta = 125$ °C.
- Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante sèche à la pression de 40 bar ?

① Point critique : $V_c = 0,1$ L
 $P_c \approx 75$ bar

② $V = 0,6$ L gaz, $x_v = 1$ et $x_l = 0$
 $P = 110$ bar liquide
 $V = 0,2$ L mélange liquide/vapeur $x_v = 0,6$
 $x_l = 0,4$

③ $V = 0,3$ L

Ex 9 Stockage dans un Ballon

On souhaite stocker une masse m d'eau dans un ballon d'eau chaude modélisé par une cuve fermée indéformable et de volume $V_0 = 200$ L. Pour simplifier, on suppose qu'il est initialement vide. Suite à un échauffement accidentel, l'eau maintenue à $T_1 = 333$ K passe à la température $T = 773$ K. La vapeur d'eau est assimilée à un gaz parfait. L'équation d'état de l'eau liquide dans le domaine étudié autour de ($P_0 = 1$ bar, $T_0 = 273$ K) est donnée par

$$\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \alpha(T - T_0) - \chi_T(P - P_0)$$

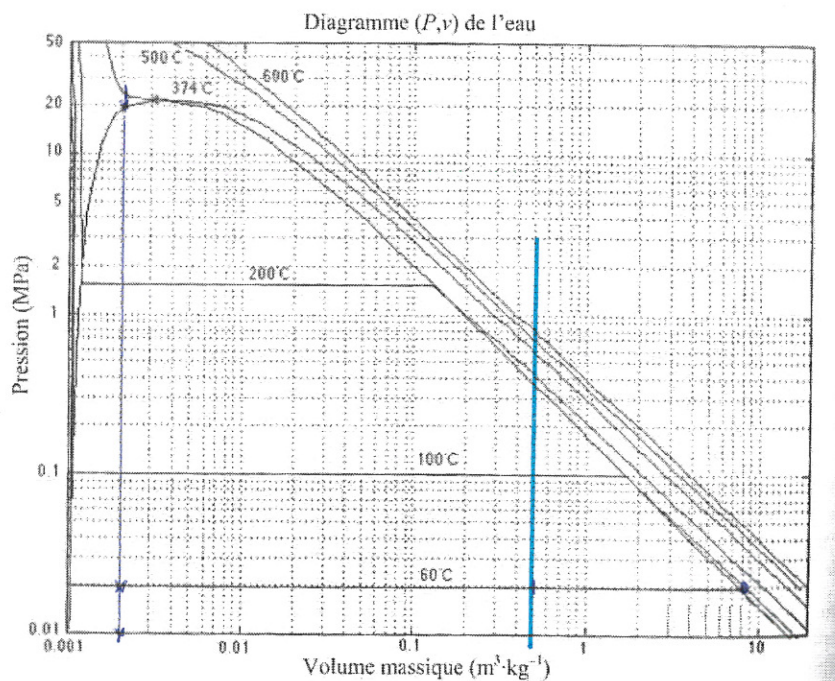
avec $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ et $\chi_T = 5,0 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$.

1. lorsqu'il est rempli, le ballon contient $m_1 = 100$ kg d'eau.

1.1. En utilisant le diagramme de Clapeyron (P, v) fourni en échelles logarithmiques, déterminer la composition du mélange liquide gaz dans le ballon à T_1 .

1.2. Sous quelle forme trouve-t-on l'eau après l'échauffement accidentel? Déterminer la pression P_1 correspondante et commenter.

2. Le ballon est maintenant presque vide et contient seulement $m_2 = 400$ g. Reprendre les questions précédentes et déterminer la pression P_2 à l'issue de l'échauffement. Conclusion.



1.1. $v_1 = \frac{V}{m_1} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ ⚠ Echelle log

$m_g = x_g \times m_1 = 13 \text{ g}$ avec $x_g = \frac{v_1 - v_l}{v_g - v_l}$

1.2. Volume constant à 300°C Eau entièrement liquide

$$\ln\left(\frac{V}{V_2}\right) = 0 = \alpha(T - T_0) - \chi_T(P - P_0)$$

$$P = P_0 + \frac{\rho}{\chi_T} (T - T_0) \quad P_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ bar}$$

⇒ pression énorme qui pourrait provoquer l'explosion du ballon.

$$\textcircled{2} \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_2 = \frac{V}{m_2} \\ \sigma_c = 0,50 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array} \right.$$

$$x_{g2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_l}{\sigma_g - \sigma_l}$$

$$x_{g2} = 6,2 \cdot 10^{-2}$$

$$m_{g2} = 25 \text{ g}$$

$$m_{l2} = 375 \text{ g}$$

Après un échauffement à volume constant
⇒ gaz uniquement assimilé à un G.P.

$$P_2 = \frac{m RT}{\pi V_2}$$

$$P_2 = 7,1 \text{ bar}$$

↳ le ballon peut résister.

⇒ Pour stocker un fluide, il vaut donc mieux

$$\sigma > \sigma_c = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$$