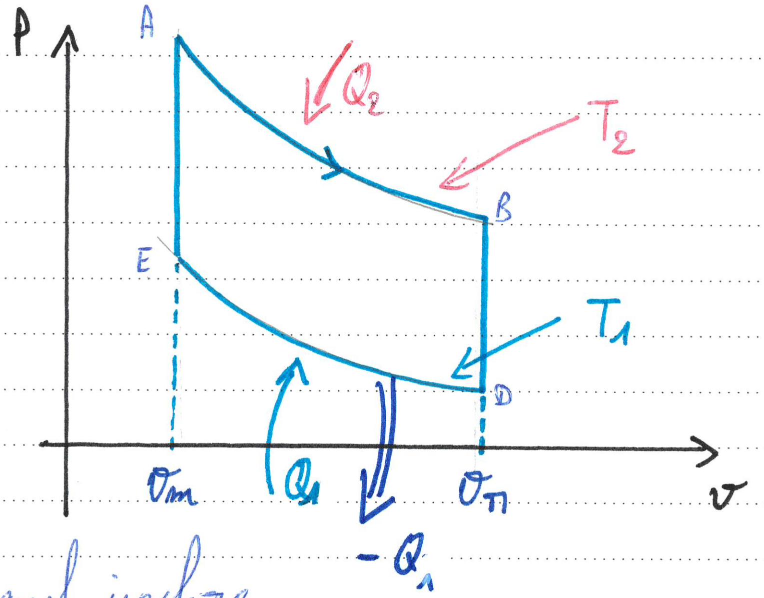
Ex 1 Cycle de Stirling

Un gaz supposé parfait (avec C_v constant) décrit un cycle moteur composé de deux isothermes (source chaude de température T_1 et source froide de température T_2) et de deux isochores.

1. Tracer l'allure du cycle dans un diagramme (P, v).

2. Montrer que les quantités de chaleur au cours des évolutions isochores sont opposées.

3. On admet que ces échanges de chaleur se font avec un régénérateur interne à la machine et que seuls les échanges thermiques avec l'extérieur ont lieu pendant les phases isothermes. Déterminer le rendement du cycle. Commenter le résultat.

① 

cycle moteur = sens horaire

$\Sigma = \{n \text{ mol de GP}\}$

② Transf. isochore

$\begin{cases} E \to A \\ B \to D \end{cases}$ On applique le 1er ppe à (Σ) : $\Delta U = \cancel{W} + Q$
0 car isochore

GP + 1ère LJ : $\Delta U = n\, C_{vm}\, \Delta T$

d'où $\boxed{\begin{aligned} Q_{EA} &= n\, C_{vm}\, (T_2 - T_1) \\ Q_{BD} &= n\, C_{vm}\, (T_1 - T_2) \end{aligned}}$ $\Big\}$ $\boxed{Q_{EA} = - Q_{BD}}$

③ Rendement : $\eta = \dfrac{-W}{Q_c} = \dfrac{-W}{Q_2}$

1er ppe sur le cycle : $0 = W + Q_2 + Q_1 + \overbrace{Q_{EA} + Q_{BD}}^{0}$

d'où $\eta = 1 + \dfrac{Q_1}{Q_2}$

Transf isotherm rev + GP : $W_1 = -nRT_1 \ln\left(\dfrac{V_m}{V_M}\right)$
+ 1ère LJ $Q = nRT_1 \ln\left(\dfrac{V_m}{V_M}\right)$

de même pour W_2 et Q_2

d'où $\boxed{\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}}$ rendement de Carnot !

En effet, les échanges thermiques internes se compensent : d'un point de vue global, le système ne reçoit pas de transfert therm. au cours des isochores ce qui les rapprochent des transfo. adiab. du cycle de Carnot. Mais le régénérateur parfait n'existe pas !

Ex 2 Centrale thermique

On étudie le fonctionnement d'une centrale thermique entre une source chaude obtenue par combustion du charbon, fuel ou gaz à $T_1 = 813$ K et une source froide constituée par un fleuve à $T_2 = 300$ K. Cette centrale ne fonctionne pas de façon réversible, son rendement n'est que 70% du rendement du cycle de Carnot. Elle fournit une puissance de 900MW. Or le fleuve a un débit de 500 $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer l'élévation de température du fleuve. Données : chaleur massique de l'eau liquide : $c = 4,18\ \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\rho_{eau} = 1000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Élévation de température du fleuve

$\boxed{r_C = 1 - \dfrac{T_F}{T_C}}$ et $r = 0,7 \times r_C$

$r = \dfrac{-W}{Q_C}$ chaleur rejetée dans le fleuve $-Q_F$

$\Delta U = W + Q_C + Q_F = 0$

$Q_F = -W - Q_C = -W + \dfrac{W}{r} = W\left(\dfrac{1}{r} - 1\right)$

En puissance $\boxed{P_F = P\left(\dfrac{1}{r} - 1\right)}$ $P_F = 1750\ W$

* Fleuve = eau = phase condensée
$\Delta U \simeq \Delta H = m\,c\,\Delta T = -Q_F$

On divise par le laps de temps $D_m\, c\, \Delta T = -P_F$

$\rho\, D_v\, c\, \Delta T = -P_F$

$\boxed{\Delta T = \dfrac{P(1 - 1/r)}{\rho\, D_v \times c}}$ $\Delta T = 2,5°C$

Ex 3 Rafraîchir sa cuisine avec son frigo

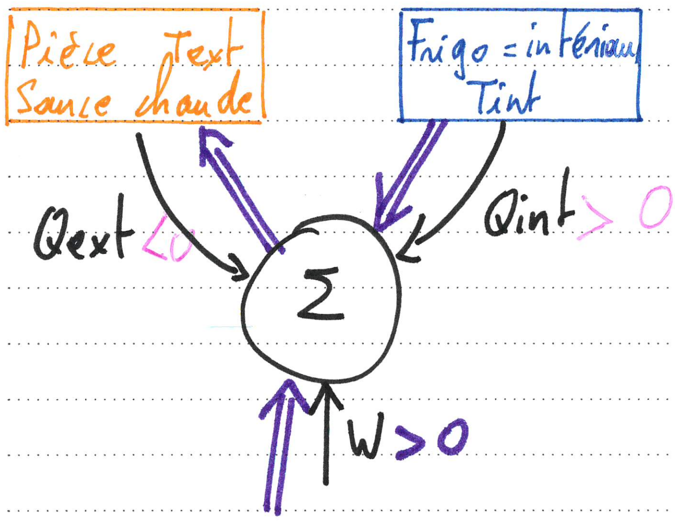
Un réfrigérateur est une machine thermique à écoulement, dans laquelle un fluide subit une série de transformations thermodynamiques cycliques. A chaque cycle, le fluide extrait de l'intérieur du frigo un transfert thermique $|Q_{\text{int}}|$, cède un transfert thermique $|Q_{\text{ext}}|$ à la pièce dans laquelle se trouve le frigo et reçoit un travail $|W|$ fourni par un moteur électrique. On fait l'hypothèse que l'intérieur du frigo et l'air ambiant constituent deux thermostats aux températures respectives $T_{\text{int}} = 268$ K et $T_{\text{ext}} = 293$ K et qu'en dehors des échanges avec ces thermostats les transformations sont adiabatiques.

1. Quel est le signe des transferts thermiques et de W ?

2. Lorsqu'il fait très chaud en été, est-ce une bonne idée d'ouvrir la porte de son frigo pour refroidir sa cuisine ?

3. Pourquoi cela est-il possible avec un climatiseur ?

① Signe des transferts thermiques et du travail W



Le frigo est une machine réceptrice

$\boxed{W > 0}$

Le but d'un frigo est de prélever un transfert thermique à la source froide $\boxed{Q_{int} > 0}$

pour le céder à la source chaude : $\boxed{Q_{ext} < 0}$

Rq : on peut démontrer que $Q_{ext} < 0$ en appliquant le 1er ppe

② Pour qu'un frigo puisse refroidir la cuisine, il faudrait que le bilan des transferts thermiques, c'est-à-dire $Q_{int} + Q_{ext}$ soit positif, c'est-à-dire que le fluide reçoive un transfert thermique positif de la part de l'ensemble des thermostats.

On applique le 1er ppe au fluide (syst. fermé) sur un cycle :

$$\Delta U = 0 = Q_{int} + Q_{ext} + W$$

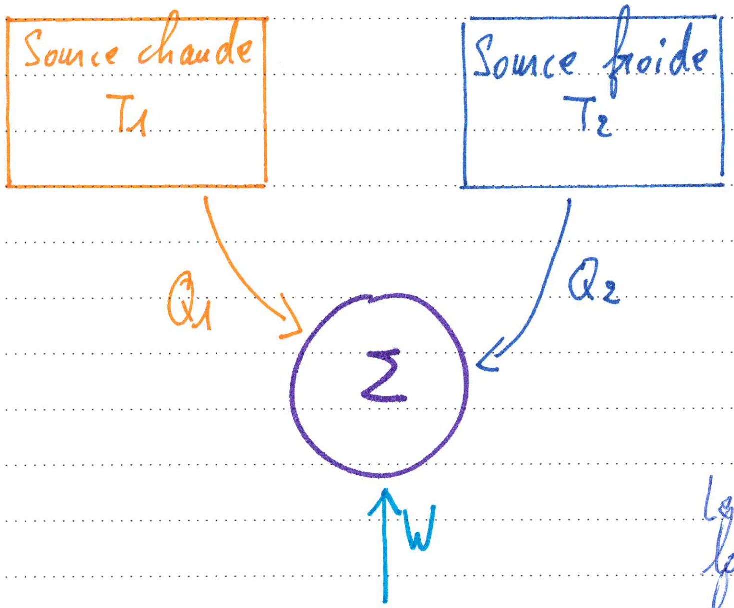
$\boxed{Q_{int} + Q_{ext} = -W < 0}$ cycle récepteur

↳ impossible ⇒ il vaut mieux fermer la porte !

③ Le climatiseur est relié à l'extérieur de la maison qui joue le rôle de source chaude (source que l'on réchauffe). L'intérieur de la maison joue le rôle de la source froide.

Ex 4 Moteur thermique

On dispose de deux récipients calorifugés contenant chacun une masse $m = 10^3$ kg d'eau liquide. L'un est à la température $T_{10} = 360$ K, l'autre à la température $T_{20} = 280$ K. Chacun de ces récipients sert de « pseudo-source » à un moteur thermique. Au cours d'un cycle de la machine, la variation de température de l'eau des récipients est supposée négligeable. Déterminer le travail maximal que l'on peut espérer retirer de ce dispositif.



Les sources ne sont pas parfaites. Leur température varie.

Le moteur s'arrête lorsque les 2 sources ont atteint la même température.

Le travail maximal est obtenu lorsque le cycle parcouru par le fluide est réversible.

Au cours d'un cycle élémentaire la température des sources est supposée constante. Système (Σ)

1er ppe : $dU = \delta Q_1 + \delta Q_2 + \delta W \overset{\text{cycle}}{=} 0$

Inégalité de Clausius-Carnot : $\dfrac{\delta Q_1}{T_1} + \dfrac{\delta Q_2}{T_2} \overset{\text{cycle réversible}}{=} 0$

On doit exprimer δQ_1 et δQ_2 :

On isole la source chaude. 1er ppe $dU_1 = \underbrace{\cancel{\delta W_1}}_{V = cst \text{ phase condensée}} \underbrace{- \delta Q_1}_{\text{reçu par la source chaude}}$

fourni par la source chaude à (Σ)

$dU_1 = -\delta Q_1$

Phase condensée : $dU_1 = mc\,dT_1$

Bilan $\boxed{\delta Q_1 = -mc\,dT_1}$

de même pour la source froide : $\boxed{\delta Q_2 = -mc\, dT_2}$

On reporte dans l'inégalité de Clausius-Carnot :

$$-\cancel{mc}\frac{dT_1}{T_1} - \cancel{mc}\frac{dT_2}{T_2} = 0$$

$\frac{dT_1}{T_1} = -\frac{dT_2}{T_2}$ On intègre entre la température initiale T_{10} ou T_{20} et T_f.

$$\int_{T_{10}}^{T_f} \frac{dT_1}{T_1} = -\int_{T_{20}}^{T_f} \frac{dT_2}{T_2} \qquad \ln\left(\frac{T_f}{T_{10}}\right) = -\ln\left(\frac{T_f}{T_{20}}\right)$$

d'où $\ln\left(\frac{T_f^2}{T_{10}T_{20}}\right) = 0$ $\quad T_f^2 = T_{10}T_{20}$ $\quad \boxed{T_f = \sqrt{T_{10}T_{20}}}$

$T_f = 317\,K$

Expression de W_{max}

$W_{max} = -Q_1 - Q_2$ On intègre δQ_1 et δQ_2 pour en déduire W_{max}.

$Q_1 = -mc(T_f - T_{10})$ $\quad Q_2 = -mc(T_f - T_{20})$

$$\boxed{W_{max} = mc\,(2T_f - T_{10} - T_{20})} \qquad W_{max} = 21\ MJ$$

2e méthode pour exprimer T_f Plus simple

On isole le fluide et les 2 sources de chaleur = Σ_{tot}

Ce système ne reçoit pas de transfert thermique de l'ext. et subit une transf. réversible.

On applique le 2nd ppe : $\Delta S = \underbrace{\cancel{S_e}}_{0} + \underbrace{\cancel{S_c}}_{rev}$ $\quad \Delta S = 0$

Additivité de l'entropie $\Delta S_{tot} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_\Sigma = 0$ car transf. cyclique.

Les sources de chaleur sont des phases condensées :

$\Delta S_1 = mc\ln\left(\frac{T_f}{T_{10}}\right)$ $\quad$ Bilan = $mc\ln\left(\frac{T_f}{T_{10}}\right) + mc\ln\left(\frac{T_f}{T_{20}}\right) = 0$

$\Delta S_2 = mc\ln\left(\frac{T_f}{T_{20}}\right)$

$$\boxed{T_f = \sqrt{T_{10}T_{20}}}$$

Ex 5 Pompe à chaleur

On souhaite chauffer l'eau d'une piscine avec une pompe à chaleur. Le volume de la piscine est de $100\ \mathrm{m}^3$ et sa température est $\theta_P = 20°C$. La température de l'air est $\theta_a = 18°C$. La pompe fonctionne réversiblement entre ces deux sources, de sorte que l'eau se réchauffe lorsque la pompe reçoit un travail W sous forme d'énergie électrique. Chaleur massique de l'eau : $c = 4180\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

1. Préciser quelles sont les sources chaude (1) et froide (2) et indiquer le signe des quantités de chaleur reçues par le fluide de la pompe à chaleur.

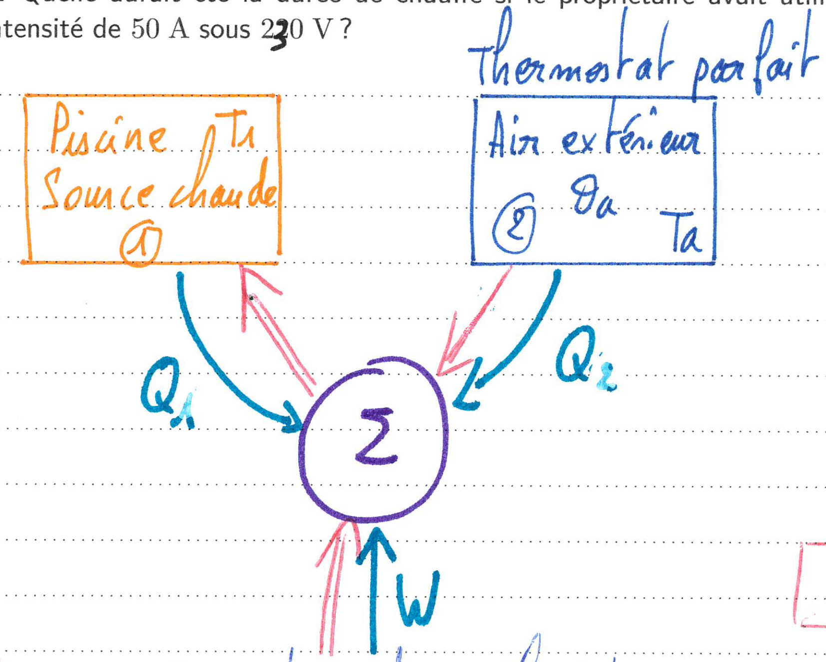
2. Calculer le travail W fourni à la pompe à chaleur, lorsque l'eau atteint la température $\theta' = 30°C$.

3. Exprimer le coefficient d'efficacité de la pompe.

4. Quelle est la durée de chauffe pour une pompe à chaleur de puissance $P = 6\ \mathrm{kW}$

5. Quelle aurait été la durée de chauffe si le propriétaire avait utilisé une résistance chauffante traversée par une intensité de $50\ \mathrm{A}$ sous 230 V ?

(1)



La pompe à chaleur est une machine réceptrice $W \geq 0$

Le but est que la source chaude reçoive un transfert thermique de la source froide par l'intermédiaire du fluide caloporteur.

$\boxed{Q_1 < 0}$ $\boxed{Q_2 > 0}$

(2) Expression du travail W

La piscine n'est pas une source parfaite : sa température évolue. On note m la masse d'eau contenue dans la piscine.

Clausius - Carnot pour une machine réversible :

$$\frac{Q_a}{T_a} + \int \frac{\delta Q_1}{T_1} = 0$$

la température de la piscine n'est pas constante.

On considère la piscine : 1er ppe $dU_p = \cancel{\delta W_1} - \delta Q_1$

isochore

transfert thermique reçu par la piscine

phase condensée.

Phase condensée : $dU_1 = mc\,dT_1$

$\delta Q_1 = -mc\,dT_1$

$$\boxed{Q_1 = -mc\,(T_p' - T_p) = -mc\,(\theta' - \theta_p)}$$

d'où $\delta Q_1 = -mc\, dT_1$

$$\frac{Q_2}{T_2} + \int \frac{-mc\, dT_1}{T_1} = 0$$

$$Q_2 = T_a \times mc \int \frac{dT_1}{T_1}$$

$$\boxed{Q_2 = mc\, T_a \ln\left(\frac{T_p'}{T_p}\right)}$$

1er ppe à Σ fermé

$$\Delta U = W + Q_1 + Q_2 \overset{\text{cycle}}{=} 0$$

$$\boxed{W = mc\,(T_p' - T_p) - mc\, T_a \ln\left(\frac{T_p'}{T_p}\right)}$$

$W = +98\ \text{MJ} > 0$

③ Efficacité : $e = \dfrac{\text{gain}}{\text{dépense}}$ $\quad e = \dfrac{-Q_1}{W}$

$$\boxed{e = \frac{T_p' - T_p}{(T_p' - T_p) - T_a \ln\left(\frac{T_p'}{T_p}\right)}}$$

$e \simeq 43$

efficacité importante mais la machine est supposée réversible.

④ Durée de la chauffe

On a $W = P\Delta t$ et $e = \dfrac{-Q_1}{W}$ $\quad Q_1 = -eW = -eP\Delta t$

$$\boxed{\Delta t = \frac{-Q_1}{e\, P}}$$

$\Delta t \simeq 4\text{h}\,32\ \text{min}$

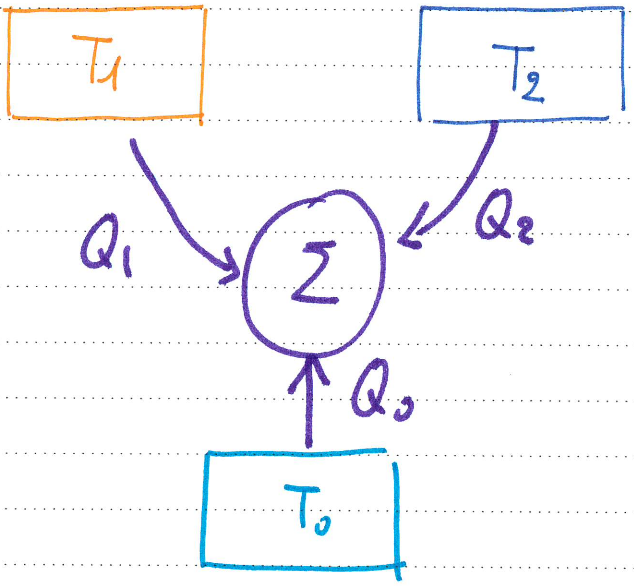
⑤ Avec une résistance chauffante : $P = UI$

$$\boxed{\Delta t = \frac{-Q_1}{U \times I}}$$

$\Delta t = 4$ jours 5 h

Ex 6 Réfrigérateur à absorption

Un réfrigérateur à absorption est une machine frigorifique tritherme sans échange de travail avec l'extérieur. L'énergie est fournie sous forme thermique et à haute température T_0 à un bouilleur. L'évaporateur est en contact thermique avec la source froide de température T_2. Le condenseur est en contact thermique avec le milieu extérieur de température T_1. Nous ne décrivons pas les mécanismes physiques qui permettent de faire en sorte que le fluide reçoive de l'énergie par transfert thermique au niveau de l'évaporateur. Définir et calculer l'efficacité frigorifique maximale en fonction des trois températures T_0, T_1 et T_2.



Q_0 = énergie dépensée fournie au fluide dans le bouilleur.

Q_2 = transfert thermique reçu de la part de la source froide.

$$\boxed{e = \frac{Q_2}{Q_0}}$$

1er ppe au fluide $\Delta U_{cycle} = Q_0 + Q_1 + Q_2 = 0$

Inégalité de Clausius-Carnot (Sources parfaites) : $\frac{Q_0}{T_0} + \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$ réversible

$Q_1 = -Q_0 - Q_2$ $\qquad \frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_0}{T_1} - \frac{Q_2}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$

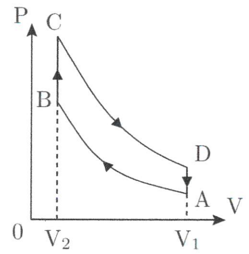
$$\boxed{e \leq e_{max} = \frac{T_2(T_0 - T_1)}{T_0(T_1 - T_2)}}$$

Remarque : Machine frigorifique ditherme (T_1 et T_2) alimentée par le travail issu d'un moteur ditherme (T_0 et T_1)

$$\begin{cases} e = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \\ \eta = 1 - \frac{T_1}{T_0} = \frac{T_0 - T_1}{T_0} \end{cases}$$

On retrouve $e_{max} = e \times \eta$ cohérent puisque toutes les machines sont supposées parfaites.

Ex 7 Cycle Beau de Rochas



Une mole d'un gaz parfait de coefficient γ décrit le cycle $(ABCD)$. Les transformations $A \to B$ et $C \to D$ sont adiabatiques réversibles.

On note $a = \frac{V_1}{V_2}$ le rapport volumétrique de compression. On donne $a = 10$ et $\gamma = 1,4$.

1. A quel type de machine correspond ce cycle ? Justifier.

2. Définir puis exprimer le rendement η de cette machine en fonction des températures puis uniquement en fonction de a et γ. Calculer η.

① Cycle moteur = sens horaire

$W = \underbrace{W_{CD}}_{\text{détente}} + \underbrace{W_{AB}}_{\text{Compression}} < 0$

② Rendement système $\Sigma = \{1 \text{ mol GP}\}$ $\quad \eta = \frac{-W}{Q_C}$

1er ppe $\Delta U = W + Q_F + Q_C \overset{\text{cycle}}{=} 0$ d'où $\eta = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$

On exprime Q_C et Q_F : Transformations BC et DA isochores

1er ppe : $\Delta U_{BC} = \underbrace{\cancel{W_{BC}}}_{0 \text{ car isochore}} + Q_C$ $\qquad$ 1re LJ $\Delta U_{BC} = n C_{vm} (T_C - T_B)$

$\boxed{Q_C = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B)} > 0$ $\qquad$ de même $\boxed{Q_F = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_D)}$

Bilan : $\boxed{\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}}$ $\qquad$ Les transf. AB et CD sont adiab. rév + GP + γ = cste $\Rightarrow$ Loi de Laplace

$$\left.\begin{array}{l} T_A V_1^{\gamma-1} = T_B V_2^{\gamma-1} \\ T_D V_1^{\gamma-1} = T_C V_2^{\gamma-1} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} T_A = T_B \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \\ T_D = T_C \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \end{array}$$

d'où $\boxed{\eta = 1 - \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1}}$

plus $a \nearrow$ plus $\eta \nearrow$

Ex 7 Machine frigorifique à évaporation

Une machine frigorifique est utilisée pour maintenir une enciente qui constitue la source froide à la température $T_F = -5$ °C. Elle évacue pour cela la chaleur dans l'atmosphère environnante jouant le rôle de source chaude de température $T_c = 30$ °C. L'agent thermique est le $R - 134a$ dont le diagramme enthalpie pression est donné ci-dessous. Il décrit un cycle thermodynamique :

⋆ A la sortie de la source froide, l'agent thermique est à l'état gazeux à la température de la source froide et sous la pression P_{min}.

⋆ le fluide subit ensuite une compression adiabatique réversible.

⋆ Le fluide à T_{max} entre dans le condenseur placé au contact de l'atmosphère extérieure. Le fluide circule et subit un refroidissement monobare : la température de l'agent thermique diminue jusqu'à atteindre sa température de liquéfaction. L'agent thermique se liquéfie totalement puis une fois liquide subit à nouveau un refroidissement isobare et atteint la température de la source chaude.

⋆ Le liquide arrive alors dans le détendeur qui permet de passer de la pression P_{max} à la pression P_{min}. Le fluide est partiellement vaporisé et sa température diminue. La transformation est isenthalpique

⋆ Le fluide arrive alors dans l'évaporateur(au contact de la source froide). La source froide cède de la chaleur au fluide qui se vaporise totalement puis le fluide atteint sa température T_F (étape de surchauffe). Les étapes sont isobares.

Les pression dans le échangeurs thermiques valent $P_{\text{min}} = 2$ bar et $P_{\text{max}} = 10$ bar.

1. Dessiner le cycle thermodynamique parcouru par le fluide frigorifique. Déterminer à l'aide de ce tracé :

◇ la température maximale T_{max} atteinte par le fluide à la sortie du compresseur.

◇ la température de liquéfaction T_{min} dans le condenseur.

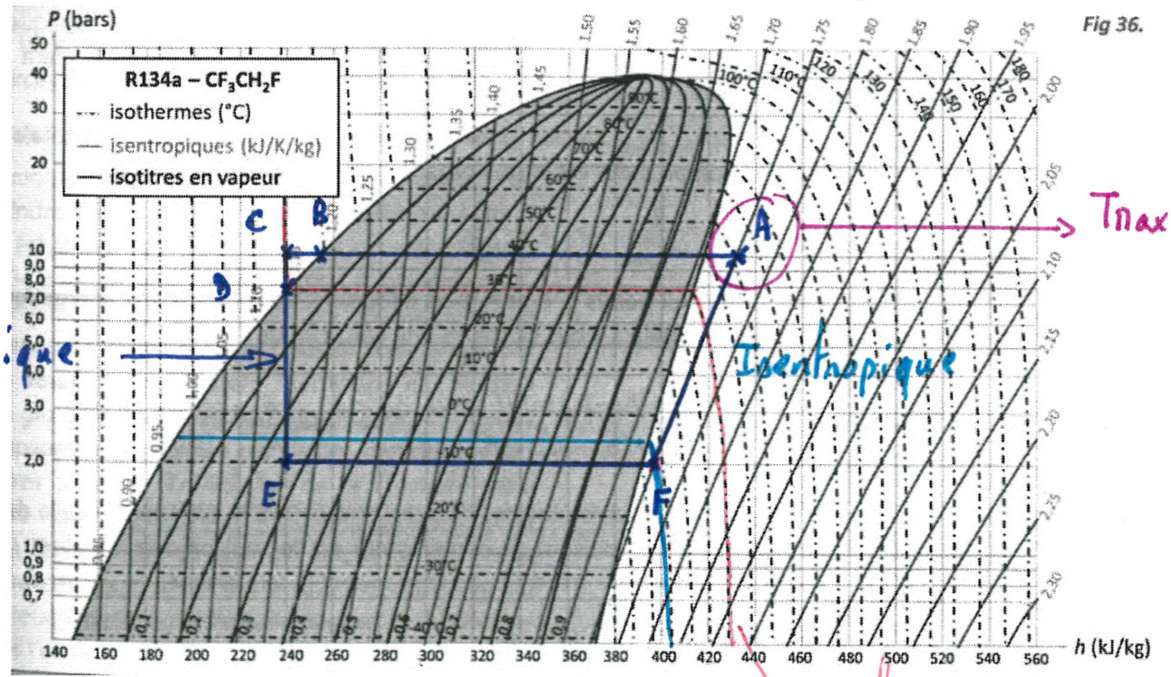
◇ la température d vaporisation T_{vap} dans l'évaporateur.

◇ le titre en vapeur à la sortie du détendeur x_E

◇ la surchauffe ΔT à la sortie de l'évaporateur.

2. Exprimer l'efficacité de la machine à partir des transferts énergétiques massiques.

3. Déterminer graphiquement ces transferts. En déduire l'efficacité e et la comparer à l'efficacité de Carnot.



Tmax ≈ 51°C
52°C

isotherme à 30°C

isotherme à -5°C

- Tmax dans le compresseur = en A : $T_{max} = 58°C$.
- Tmin dans le condenseur (en B) : $T_{min} = 39°C$.
- Evaporateur ⇒ de $E \to F$: $T_{vap} = -10°C$.
- Titre en vapeur = (en E) : $x = 0,25$ (on utilise les isotitres).
- Surchauffe à la sortie de l'évaporateur $\Delta T = 5°C$

② Efficacité de la machine frigorifique

⇒ on peut travailler avec des grandeurs massiques

$$\boxed{e = \frac{\text{gain}}{\text{dépense}} = \frac{q_{EF}}{W_{cycle}}}$$

q_{EF} → chaleur prélevée à la source froide.
W_{cycle} → travail reçu au cours du cycle.

Utilisation de l'enthalpie (grandeurs massiques - démo similaire).

pour un organe d'une machine thermique (démo syst. ouvert).

→ autre que les forces de pression.

$\Delta h = W_{utile} + q$

1er ppe pour un cycle $\Delta h = W_{utile\,cycle} + q_{cycle} = 0$

$\Delta u = W_{cycle} + q_{cycle} = 0$

d'où $W_{utile\,cycle} = W_{cycle}$

* Condenseur $A \Rightarrow C$ } Pas de travail autre que celui
Évaporateur $E \Rightarrow F$ } des forces de pression
pas de partie mobile.

$W_{utile} = 0$.

* détendeur (vanne asservie) = pas de travail utile non plus.

* Compresseur $\Rightarrow$ reçoit du travail (piston).

$W_{utile\ cycle} = W_{FA\ utile}$

de plus la compression est adiabatique $w_{FA\ utile} = \Delta h_{FA}$.

③ $h_F = 390\ kJ/kg$ $h_A = 430\ kJ/kg$ $h_E = 235\ kJ/kg$

$W_{FA\ utile} = 40\ kJ/kg$
$q_{EF} = 155\ kJ/kg$ $e \simeq 4$

Efficacité de Carnot $e = \dfrac{T_F}{T_C - T_F}$ $T_F = -5°C$
$T_C = 30°C$

$e = 7{,}6$

L'efficacité réelle est inférieure à l'efficacité de Carnot

↳ seule la compression est réversible (FE)

Les autres transformations introduisent de l'irréversibilité et réduisent le rendement. (les transferts thermiques sont réduits).

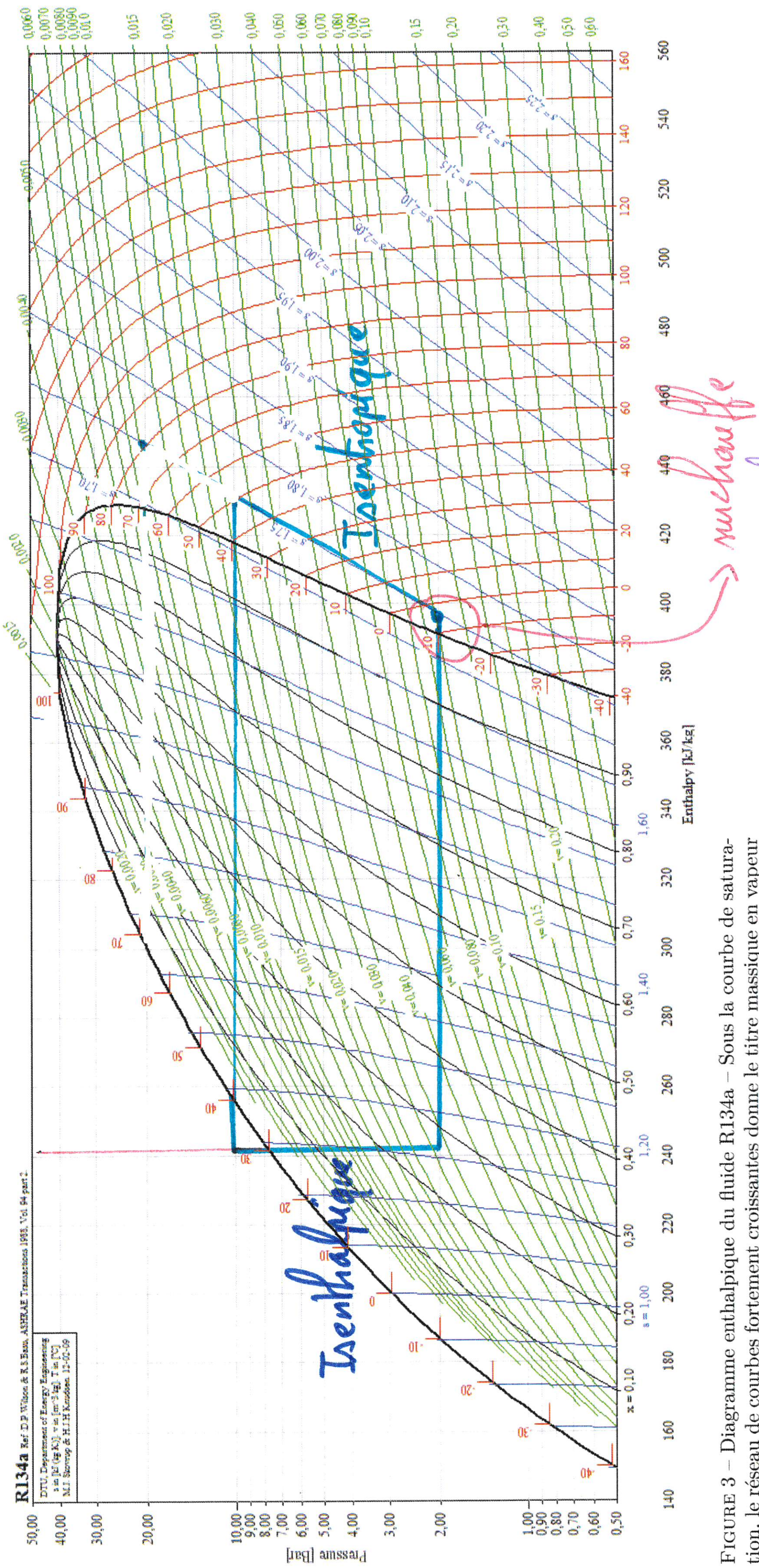
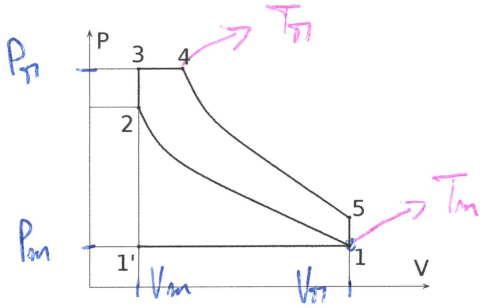


FIGURE 3 – Diagramme enthalpique du fluide R134a – Sous la courbe de saturation, le réseau de courbes fortement croissantes donne le titre massique en vapeur du mélange liquide+vapeur. Voir graduations en abscisse.

Pour le compresseur, on s'assure que le fluide est sous forme de vapeur sèche

Ex 10 Moteur diesel à double combustion

Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté dans le diagramme de Watt ci-dessous. Après la phase d'admission $1' \to 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau supposée réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore $5 \to 1$ puis isobare $1 \to 1'$.



Au point 1 du cycle, la pression $P_m = 1,0$ bar et la température $T_m = 293$ K sont minimales. La pression maximale aux points 3 et 4 est $P_M = 60$ bar et la température maximale au point 4 vaut $T_M = 2073$ K. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = V_M/V_m = 17$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire M et de capacités thermiques respectives C_p et C_v. On note $\gamma = 1,4$.

1. Exprimer les températures T_2, T_3 et T_5 en fonction de P_m, P_M, T_m, T_M et β. Calculer les valeurs numériques.

2. Calculer le transfert thermique massique q_C reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \to 4$.

3. Calculer le transfert thermique massique q_F reçu de la part du milieu extérieur entre les points 5 et 1.

4. En déduire le travail massique w reçu au cours du cycle.

5. Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.

① Expression des températures

$1 \to 2$: Transf. adiabatique et réversible d'un gaz parfait. γ = cte.
On applique la loi de Laplace en variables $\underbrace{(T, V)}$.

$$T_m V_M^{\gamma-1} = T_2 V_m^{\gamma-1}$$

On souhaite déterminer T_2
On connait les volumes en 1 et 2.

$$T_2 = T_m \left(\frac{V_M}{V_m}\right)^{\gamma-1}$$

De plus, on pourra faire intervenir le rapport β.

$$\boxed{T_2 = T_m \beta^{\gamma-1}}$$

$2 \to 3$: Transf. isochore $V_2 = V_3 = V_m$

Equation d'état des GP $\left.\begin{array}{l} P_2 V_2 = nRT_2 \\ P_3 V_3 = nRT_3 \end{array}\right\} \dfrac{P_3}{P_2} = \dfrac{T_3}{T_2}$

d'où $\boxed{T_3 = \left(\frac{P_3}{P_2}\right) \times T_2}$ et $P_3 = P_\Pi$

il reste à déterminer P_2. On applique à nouveau la loi de Laplace pour la transf. $1 \Rightarrow 2$. Variables (P, V)

$$P_m V_\Pi^\gamma = P_2 V_m^\gamma \qquad \boxed{P_2 = \beta^\gamma P_m}$$

On remplace P_2 et T_2 dans T_3 :

$$T_3 = \frac{P_\Pi}{P_m} \times \beta^{\cancel{-\gamma}} \times T_m \beta^{\cancel{\gamma}-1} \qquad \boxed{T_3 = \frac{1}{\beta} \frac{P_\Pi}{P_m} T_m}$$

<u>$4 \to 5$</u> : Transf. adiab. réversible d'un GP $\Rightarrow$ Loi de Laplace

$$T_5 V_\Pi^{\gamma-1} = T_\Pi V_4^{\gamma-1} \qquad T_5 = \left(\frac{V_4}{V_\Pi}\right)^{\gamma-1} T_\Pi$$

on doit déterminer V_4 : transf. $3 \to 4$ = isobare :

$$\text{GP :} \quad \left.\begin{array}{l} P_\Pi V_m = nRT_3 \\ P_\Pi V_4 = nR\underbrace{T_4}_{=T_\Pi} \end{array}\right\} \quad \frac{V_4}{V_m} = \frac{T}{T_3}$$

On remplace dans T_5 :

$$T_5 = \left(\frac{V_m}{V_\Pi}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{T_\Pi}{T_3}\right)^{\gamma-1} \times T_\Pi = \left(\frac{1}{\cancel{\beta}}\right)^{\gamma-1} \left(\cancel{\beta} \frac{T_\Pi}{T_m} \frac{P_m}{P_\Pi}\right)^{\gamma-1} T_\Pi$$

$$\boxed{T_5 = \left(\frac{T_\Pi}{T_m} \times \frac{P_m}{P_\Pi}\right)^{\gamma-1} T_\Pi}$$

<u>$T_2 = 9{,}1 \cdot 10^2$ K</u> <u>$T_3 = 1{,}0 \cdot 10^3$ K</u> <u>$T_5 = 8{,}8 \cdot 10^2$ K</u>

② Expression de q_c :

Le transfert thermique q_c est reçu au cours des transf. 2→3 et 3→4 :

$q_c = q_{23} + q_{34}$

2→3 : transf. isochore. On applique le 1er ppe à $\Sigma = \{n$ mol de GP$\}$

$\Delta U_{23} = Q_{23} + \underbrace{\cancel{W_{23}}}_{}$

= 0 car isochore (pas de travail autre que celui des forces de pression).

1ère LJ + GP : $\Delta U_{23} = n C_{vm} (T_3 - T_2)$

et $C_{vm} = \dfrac{R}{\gamma - 1}$ $\boxed{Q_{23} = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2)}$

3→4 : Transf. isobare ⇒ 1er ppe appliqué à (Σ)

$\Delta H_{34} = Q_{34}$ 2e LJ + GP $\Delta H_{34} = n C_{pm} (T_4 - T_3)$

$C_{pm} = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$ $\boxed{Q_{34} = \dfrac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_4 - T_3)}$

* $q_c = \dfrac{Q_{23} + Q_{34}}{m}$ de plus $\dfrac{m}{n} = \Pi$

$$\boxed{q_c = \frac{R}{\Pi(\gamma-1)}\left[(T_3 - T_2) + \gamma\,(T_4 - T_3)\right]}$$

$$\boxed{q_c = \frac{R}{\Pi(\gamma-1)}\left[T_m\left(\frac{1}{\beta}\frac{P_\Pi}{P_m} - \beta^{\gamma-1}\right) + \gamma\left(T_\Pi - \frac{1}{\beta}\frac{P_\Pi}{P_m}T_m\right)\right]}$$

$q_c = 1{,}1 \cdot 10^6$ J/kg

$q_c > 0$

③ Transfert thermique q_F : $q_F = q_{51}$

5 → 1 : Transf isochore (similaire à 2 → 3)

on reprend le résultat : $Q_{51} = \frac{nR}{\gamma - 1}\left(T_1 - T_5\right)$

T_m

d'où $\boxed{q_F = \frac{R}{\Pi(\gamma-1)}\left(T_m - T_5\right)}$ < 0

$q_F = -4{,}2 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$

④ Travail massique : w

On applique le 1er principe de la thermo à Σ fermé :

cycle

$\Delta u = q_c + q_F + w$ et $\Delta u = 0$

$w = - q_c - q_F$

$w = \frac{-R}{\Pi(\gamma-1)}\left[\left(T_3 - T_2 + T_m - T_5\right) + \gamma\left(T_4 - T_3\right)\right]$

$w = -7{,}1 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ $w < 0$ Moteur

⑤ Rendement :

$\eta = \frac{\text{gain}}{\text{dépense}}$ $\boxed{\eta = \frac{-w}{q_c}}$ $\eta = 63\%$

Ce rendement est élevé car on a modélisé le cycle par des transformations idéales.

En pratique $\eta_{réel} = 40$ à 45%.

Rq : $\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_m}{T_M} = 86\%$

Le rendement obtenu pour ce moteur pourtant parfait est inf. au rendement de Carnot. Les transf. 2-3-4 et 5-1 sont irréversibles (On pourrait calculer S_c) ce qui est à l'origine d'une baisse de rendement.