

Signal

Révisions

- ◇ Revoir les chapitres S1, S2, S3 et le TP-cours associé.
- ◇ Revoir les formules de trigo.
- ◇ Vérifier les connaissances de cours (s'aider des **Tester le cours** en début de TD).
- ◇ Refaire quelques exercices de base.

Quelques ordres de grandeur

1. Donner l'ordre de grandeur des fréquences audibles.
2. Quelle est la fréquence du La musical ?
3. Quelle est la vitesse du son dans l'air ?
4. Quel est l'ordre de grandeur de la vitesse du son dans l'eau ? dans les solides ?
5. Quel est l'ordre de grandeur de la fréquence des ondes hertziennes pour la radio FM ?
6. Quelles sont les longueurs d'onde associées au visible (dans le vide), quelle est la gamme de fréquence associée ?
7. Quelle est la vitesse de la lumière dans le vide ?

Point maths

8. Linéariser l'expression suivante : $P = A \cos(a) \cos(b)$.
9. Factoriser l'expression suivante : $S = D \cos(p) + D \cos(q)$.
10. Etablir le lien entre $E \cos(\omega t - kx) + E \cos(\omega t + kx)$ et $S \cos(\omega t) \cos(kx)$.
11. Résoudre l'équation différentielle harmonique : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

Exercices pour tester le cours

Ex 1 Qu'appelle-t-on fréquence d'un signal sonore ? A quelle sensation est-elle associée ?

Ex 2 La corde vibrante est un exemple de support le long duquel un signal mécanique peut être transmis. Caractériser la grandeur spatio-temporelle $u(x, t)$ qui traduit la perturbation. Quelles ressemblances et différences peut-on voir avec les signaux sonores.

Ex 3 Un signal est écrit sous la forme suivante $u(x, t) = f(t - x/c)$. Que représente cette écriture ? Quelles est la signification et la dimension de c ? Qu'en est-il d'un signal écrit sous la forme $u(x, t) = g(t + x/c)$?

Ex 4 Une corde vibrante est excitée de manière sinusoïdale par un vibreur placé en $x = 0$ qui lui impose le mouvement transversal $u(0, t) = u_0 \cos(\omega t)$ de pulsation ω . Une onde progressive sinusoïdale se propage vers les x croissants. Quel est le signal $u(x, t)$? Représenter les deux courbes $u(x_0, t)$ où x_0 est fixé et $u(x, t_0)$ où t_0 est fixé. Commenter en précisant ce que représente chacune de ces courbes.

Ex 5 Définir la longueur d'onde λ . Etablir la relation entre la fréquence f , la longueur d'onde λ et la célérité c des ondes sinusoïdales. Commenter la relation. On considère une onde sinusoïdale progressive dans le sens des x croissants. Ecrire $u(x, t)$ à l'aide de T et λ .

Ex 6 On considère deux signaux sinusoïdaux

$$u_1(t) = u_0 \cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = u_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

On définit φ comme l'avance de phase (grandeur algébrique) de u_2 sur u_1 . On considère une onde sinusoïdale progressive se propageant dans le sens des x croissants à la célérité c et telle que $u(0, t) = u_0 \cos(\omega t)$. Quel est le retard de phase de $u(x, t)$ sur $u(0, t)$?

Interpréter graphiquement les retards de phase pour $x = \frac{\lambda}{4}$, $x = \frac{\lambda}{2}$, $x = \frac{3\lambda}{4}$ et $x = \lambda$.

Ex 7 Une fourche à deux extrémités vibre en frappant la surface de l'eau d'une cuve à onde en deux points S_1 et S_2 . Les vibrations produites en un point M de la surface par ces deux sources s'écrivent respectivement $u_1(M, t)$ et $u_2(M, t)$.

1. Qu'appelle-t-on "principe de superposition" ? A quelle condition les deux sondes de même nature peuvent-elles interférer ? Décrire précisément le phénomène observé à l'aide d'une figure.

2. Les deux points sources S_1 et S_2 ont pour mouvement des oscillations sinusoïdales de même amplitude, de même fréquence et sont en phase : $u_1(S_1, t) = u_2(S_2, t) = a \cdot \cos(\omega t)$.

Pourquoi les signaux arrivant en M sont-ils déphasés ? Calculer le déphasage $\varphi(M)$.

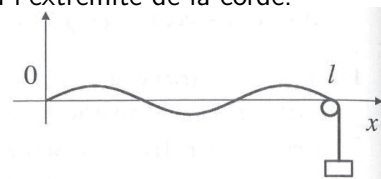
3. Déterminer l'amplitude et la phase de l'onde résultante $u(M, t)$ en M (formules trigo).

4. Quelles sont les conditions d'interférences constructives ou destructives en M . Interpréter les conditions obtenues à l'aide d'un schéma.

Ex 8 Sur une corde vibrante d'axe Ox , on superpose deux ondes sinusoïdales progressives, de même pulsation ω et de même amplitude a mais se propageant en sens inverse à la même célérité c . Déterminer l'onde résultante $u(x, t)$. Pourquoi parle-t-on d'onde stationnaire ? En donner les caractéristiques (positions des nœuds et des ventres).

Ex 9 Corde de Melde

Une corde de Melde de longueur finie est excitée en $x = 0$ par un vibreur (non représenté) de faible amplitude et de fréquence f variable. La corde passe en $x = \ell$ dans une poulie et est tendue par une masse m accrochée à l'extrémité de la corde.



1. Décrire le phénomène observé lorsqu'on modifie la fréquence d'excitation f . Quelles conditions aux limites peut-on écrire ?

2. Exprimer la longueur ℓ en fonction de la longueur d'onde λ_n , du mode n concerné et en déduire les fréquences des modes propres en fonction de n , ℓ et c .

3. Représenter la corde dans le mode $n = 3$.

Ex 10 Corde de guitare

Une corde de guitare de longueur ℓ est fixée à ses deux extrémités. Le guitariste la met en vibration avec son doigt. Est-il possible de préciser dans quel état elle vibre ?

Ex 11 Diffraction

De manière générale, quand dit-on qu'il y a diffraction ?

1. Une fente fine de hauteur $b = 2 \text{ cm}$ et de largeur $a = 0,1 \text{ mm}$ est éclairée sous incidence nulle par un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$. Faire un dessin, et expliquer le phénomène observé. Dans quelle direction angulaire θ_0 est essentiellement envoyée la lumière ? Quelle est alors la largeur de la tache de diffraction sur un écran placé à une distance $D = 1 \text{ m}$ du plan de la fente ?

2. On refait cette expérience avec une ouverture circulaire de diamètre d . Qu'observe-t-on ? Dans quelle direction angulaire θ_0 est essentiellement envoyée la lumière ? Quelle est l'importance pratique des ouvertures circulaires ?

Ex 12 Ressort

Un ressort s'allonge de 4 cm lorsqu'on lui suspend une masse de 15 g. Quelle est sa constante de raideur ? Quelle est la période des oscillations ?

Ex 13 Ressort

Deux ressorts de même longueur ont des constantes de raideur k_1 et k_2 telles que $k_2 > k_1$. Lequel est le plus facile à comprimer ?

Ex 14 Système masse-ressort

On considère un système masse ressort. L'élongation x vérifie l'équation différentielle : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

1. Donner la solution générale de cette équation différentielle.
2. Déterminer les constantes d'intégration lorsque la masse est lâchée sans vitesse initiale, l'élongation initiale du ressort étant notée a .
3. Déterminer les constantes d'intégration lorsque la masse est lancée avec une vitesse initiale v_0 à partir de la position $x = 0$.
4. Quelle est la constante de raideur k du ressort sachant que le point M a une masse $m = 100$ g et que la durée mesurée entre 10 oscillations est $\tau = 4,4$ s.

Ex 15 Corde vibrante

Une corde immobile à l'instant initial et suffisamment longue est soumise à un vibreur qui y engendre des oscillations sinusoïdales de fréquence f . Une photographie montre qu'à l'instant $t_1 = 0,06$ s après le début des oscillations, la corde est ébranlée sur une longueur correspondant à 3λ . Calculer la fréquence f et la longueur d'onde λ sachant que la célérité de l'onde est $c = 6$ m s⁻¹.

Ex 16 Violon ou contrebasse ?

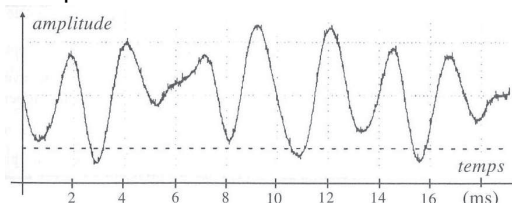
Une corde tendue est attachée à ses deux extrémités en O ($x = 0$) et en A ($x = \ell$). Son mouvement est donné par $y(x, t) = b \sin(\omega x/c) \sin(\omega t)$.

1. De quel type de solution s'agit-il ? Cette solution vérifie-t-elle les conditions aux limites ? Déterminer les pulsations propres ω_n possibles.
- La corde est en acier ($\rho = 7,9 \times 10^3$ kg/m³) de diamètre $d = 0,30$ mm, de longueur $\ell = 64$ cm et tendue avec une tension $T = 100$ N. La célérité de l'onde est donnée par $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$.
2. Comment peut-on illustrer la tension T par une expérience simple ?
3. Calculer la célérité c , la fréquence f_1 du mode fondamental et la longueur d'onde λ_1 correspondante. Faire un schéma de ce mode d'oscillations et interpréter.
4. Pourquoi un violon joue-t-il plus aigu qu'une contrebasse ?

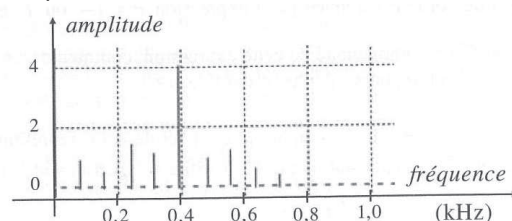
Ex 17 Guitare

Dans l'enregistrement du son produit par une guitare au moyen d'un microphone et d'un amplificateur, c'est la tension produite par l'amplificateur qui est en fait enregistrée. Dans l'étude suivante, la corde de mi₁ (de fréquence $f = 82,4$ kHz) est frappée près du chevalet.

1. Le premier enregistrement concerne la courbe d'amplitude du signal en fonction du temps : le signal est-il sinusoïdal ? Evaluer la fréquence correspondant à la plus grande amplitude.



2. Le second enregistrement est une analyse spectrale du signal précédent.



Commenter l'analyse spectrale. La guitare est-elle accordée ?

3. A quoi pourrait-on s'attendre pour un relevé obtenu après un coup frappé au niveau de la rosace ?
4. Comment s'y prend le guitariste pour jouer d'autres notes sur une corde donnée ?

Ex 18 Onde sonore

1. Quelle est la vitesse du son dans l'air à 20 °C ?
2. Un jour d'orage un observateur entend le tonnerre 3 s après avoir vu l'éclair. Qu'en déduit-il ? L'oreille humaine entend des sons de 20 Hz jusqu'à 20 kHz.
3. Combien cela représente-t-il d'octaves ? Donner les longueurs d'onde correspondantes.

Ex 19 Signal électrique

1. A quelle vitesse se transmet un signal électrique le long d'une ligne électrique de type câble coaxial ?
2. En déduire la longueur d'onde correspondant à la fréquence 50 Hz du secteur. La comparer à la taille d'un circuit électrique domestique. Que peut-on en déduire sur le courant à un instant donné sur un tel circuit ?
3. L'information d'un signal télévisé est transmise avec une fréquence de 10 GHz. En déduire la longueur d'onde correspondante et la comparer à la taille d'un câble utilisé. Conclusion.

Ex 20 Micro-ondes

un four à micro-ondes fonctionne à la fréquence $f = 2,45 \text{ GHz}$.

1. Quelle est la longueur d'onde de ces ondes électromagnétiques ? La comparer à la taille du four.
2. Est-il possible qu'il s'installe un système d'ondes stationnaires ?

Ex 21 Cavité métallique

Les ondes hertziennes se réfléchissent très bien sur les métaux. On souhaite confiner une onde hertzienne de fréquence $f = 320 \text{ MHz}$ et se propageant dans l'air entre deux plaques métalliques planes parallèles et formant une cavité résonante. A quelle distance minimale d faut-il les placer. Quel est l'ordre de grandeur de d ? Faire un schéma sachant que les conditions aux limites pour le champ $\vec{E}$ sur les conducteurs sont celles d'une corde fixée aux deux extrémités.

En fait, à cause de légères pertes énergétiques sur les plaques, l'onde stationnaire engendrée s'atténue notablement (après coupure du générateur) au bout de $N \simeq 210^4$ réflexions. Quel temps τ met le système à s'atténuer ? Commenter.

Ex 22 Optique

En optique, la diffraction des objets de taille macroscopique (lentille, prisme,...) est-elle visible ? Quelle théorie s'applique alors parfaitement ?

Ex 23 Laser

Estimer en minute d'arc la divergence d'un faisceau laser, d'environ 1 mm de diamètre, liée à la diffraction (l'angle d'ouverture que fait le faisceau par rapport à son axe). Commenter.

Quelle est la taille de ce faisceau de 1 mm de diamètre au départ de la Terre lorsqu'il arrive sur la Lune à la distance $3,8 \times 10^5 \text{ km}$?

Ex 24 Moteur

Lorsque l'alimentation du moteur d'une machine-outil lancée grande vitesse de rotation est coupée, on constate que pendant la phase de décélération le son émis est de moins en moins aigu. Expliquer.

Ex 25 Corde

Un corde est pincée en son centre en $x = \ell/2$, puis lâchée. Que peut-on prévoir pour son spectre d'émission ?

Ex 26 CD

Sur un CD, le signal sonore est stocké de manière numérique ("0" et "1"). A quelle fréquence est échantillonné un CD pour couvrir l'ensemble du spectre sonore humain ?