

Mécanique

Révisions

- ◇ Revoir les chapitres M1 à M6 et les TP associés.
- ◇ Vérifier les connaissances de cours (s'aider des **Tester le cours** en début de TD).
- ◇ Refaire quelques exercices de base.

Questions de cours

1. Quel est le vecteur position en base cartésienne ? Comment s'exprime sa vitesse et son accélération par rapport à un référentiel \mathcal{R} .
2. Quel est le vecteur position en base cylindrique ? Comment s'exprime sa vitesse et son accélération par rapport à un référentiel \mathcal{R} .
3. Quel est le vecteur position en base sphérique ? Comment s'exprime sa vitesse par rapport à un référentiel \mathcal{R} .
4. Exprimer la force de rappel d'un ressort.
5. Énoncer le principe fondamental de la dynamique pour un point matériel dans un référentiel galiléen \mathcal{R} .
6. Donner la définition du travail d'une force et de la puissance d'une force. Dans quels cas le travail est-il nul ?
7. Quelle est l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie potentielle élastique ?
8. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. A quelle condition peut-on écrire une conservation de l'énergie mécanique ?
9. Donner la définition du moment d'une force par rapport à un point, du moment cinétique par rapport à un point et énoncer le théorème du moment cinétique en un point fixe. Comment s'écrit-il par rapport à un axe fixe ?
10. Définir le référentiel de Copernic, le référentiel géocentrique et le référentiel terrestre.
11. Qu'appelle-t-on force centrale conservative ? donner l'expression générale d'une telle force.
12. Comment évolue le moment cinétique $\vec{\sigma}_O$ lorsque le point M est soumis à une force centrale de centre O . Quelle conséquence cela a-t-il sur la trajectoire du mobile ?
13. Exprimer l'énergie potentielle associée à la force d'interaction gravitationnelle.
14. Énoncer les lois de Képler

Applications directes du cours

Ex 1 Oscillateur harmonique amorti 1

Une masse m au point M se déplace sur une droite horizontale et sa position d'équilibre est $x = 0$. Elle est soumise de la part d'un ressort à une force de rappel proportionnelle à l'élongation $-k \cdot \vec{v}$ où k est la constante de raideur du ressort. Elle est de plus soumise à une force de frottement opposée à la vitesse $-f \cdot v \vec{u}_x$ où $f > 0$ est le coefficient de frottement.

1. Ecrire l'équation d'évolution du système.
2. Comment varie au cours du temps son énergie mécanique.
3. Quel est l'équivalent pour le dipôle RLC ?

Ex 2 Oscillateur harmonique non amorti

Une masse m au point M se déplace sur une droite horizontale et sa position d'équilibre est $x = 0$. Elle est soumise de la part d'un ressort à une force de rappel proportionnelle à l'élongation $-k \cdot \vec{v}$ où k est la constante de raideur du ressort.

1. Ecrire l'équation différentielle du mouvement.
2. Quelle en est la solution ?
3. Quelle est l'expression de l'énergie mécanique de l'oscillateur ? Commenter ?

Ex 3 Oscillateur harmonique amorti 2

Une masse m au point M se déplace sur une droite horizontale et sa position d'équilibre est $x = 0$. Elle est soumise de la part d'un ressort à une force de rappel proportionnelle à l'élongation $-k \cdot x \cdot \vec{u}_x$ où k est la constante de raideur du ressort. Elle est de plus soumise à une force de frottement opposée à la vitesse $-f \cdot \vec{v}$ où $f > 0$ est le coefficient de frottement.

1. Donner pour chacun des 3 régimes (à caractériser) la solution $x(t)$ avec $x(0) = x_0$ et $v(0) = 0$.
2. Tracer les graphes. (pour $x_0 > 0$).
3. Dans le cas d'un régime pseudo-périodique, définir le décrement logarithmique δ et comparer la pseudo-période T à la période propre T_0 . Quelle relation lie ces 3 grandeurs ? Comment s'écrit l'énergie mécanique dans le cas d'un très faible amortissement ?

Ex 4 Dans le champ de pesanteur \vec{g} un projectile P de masse m est lancé du point O avec une vitesse initiale \vec{v}_0 inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale (avec $v_{0z} > 0$). On ne tient pas compte des frottements de l'air.

1. Déterminer l'équation de la trajectoire.
2. En supposant la vitesse initiale imposée en norme, déterminer la direction à lui donner (angle de tir) pour obtenir la plus grande portée au sol.

Ex 5 Un avion lâche une cargaison en vol. Comment tombe-t-elle par rapport à l'avion, c'est à dire dans le référentiel lié à l'avion ?

Ex 6 On accroche une bille de masse $m = 200$ g au bout d'un fil de masse négligeable et de longueur $\ell = 1$ m. On lâche la bille avec une vitesse nulle dans une position initiale $\theta = 15^\circ$ avec la verticale.

1. Quelle est sa vitesse lors de son passage par la verticale ?
2. Quelles méthodes peut-on utiliser pour déterminer la période de ce pendule ?

Ex 7 Donner l'énergie potentielle associée à la force newtonienne de gravitation ainsi que l'énergie potentielle associée à la force coulombienne entre 2 charges positives.

Ex 8 On se place dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon r_0 d'un satellite autour de la Terre (supposée fixe). Comment varie la vitesse v du satellite en fonction de r_0 ? Comment varie sa période T ? Quelle est l'altitude d'un satellite géostationnaire ?

Ex 9 Les distances de la Lune à la Terre à son apogée et à son périégée sont $r_A = 404 \times 10^3$ km $r_P = 365 \times 10^3$ km. En déduire les valeurs numériques de l'excentricité de l'orbite lunaire.

Ex 10 Saturne est 9.5 fois plus éloigné du Soleil que la Terre. Quelle est sa période de révolution ?

Ex 11 Retrouver la masse de la Terre. Retrouver la masse du Soleil.

Exercices

Ex 12 n mouches sont disposées à l'instant $t = 0$ au sommet d'un polygone régulier de n côtés ($n > 3$). A ce moment leur distance au centre est r_0 . Elles volent toutes à la même vitesse V , chacune en direction de la précédente la plus proche dans le sens du mouvement. Quelle est l'équation de la trajectoire de chacune des mouches ?

Ex 13 Une cible C est abandonnée sans vitesse initiale d'une hauteur H au moment où un projectile P est lancé à une vitesse \vec{v}_0 à partir d'une distance au sol L . Quel doit être l'angle de tir β pour que le projectile atteigne la cible ? A quelle condition le choc est-il possible ?

Ex 14 Vous êtes sur un pèse-personne dans un ascenseur. A l'arrêt, le pèse-personne affiche votre masse. La masse affichée augmente-elle ou diminue-t-elle dans un ascenseur en phase d'accélération ascendante ?

Ex 15 Que peut-on dire de la force de frottement fluide qu'exerce l'air sur les corps en mouvement ? Expliquer qualitativement pourquoi la chute libre avec frottement de l'air conduit à une vitesse limite.

Ex 16 Pendule

Une masse ponctuelle m est accrochée à l'aide d'un fil sans masse de longueur ℓ au point fixe O . On la lâche avec une vitesse nulle et un angle θ_0 . A la verticale de O en un point A à la distance $h < \ell$, on fixe un clou (on suppose que l'énergie mécanique est conservée au cours du choc). A quelle condition sur θ_0 la masse fait-elle un tour entier autour de A , fil tendu ?

Ex 17 Trajectoire circulaire

1. Exprimer la vitesse v_c et la période T_c d'un satellite terrestre à trajectoire circulaire de masse m en fonction de l'intensité de la gravitation au sol g_0 et du rayon terrestre R_T . Calculer v_c et T_c pour un satellite placé à $h = 500$ km d'altitude.

2. En déduire dans le cas de la trajectoire circulaire la troisième loi de Képler.

Ex 18 Mise en orbite

Un satellite terrestre de masse m est lancé d'une base M_0 situé à la latitude λ . Quelle énergie ΔE faut-il fournir pour le placer sur une orbite circulaire de rayon r ? On exprimera ΔE en fonction de m , λ , G , R_T et ω_T vitesse de rotation de la Terre dans le référentiel géocentrique. Commenter l'expression obtenue.

Ex 19 Nature d'une trajectoire

On considère un satellite artificiel de masse $m = 1$ t assimilé à un point matériel M se trouvant à l'instant $t = 0$ à la distance $r_0 = 12 \times 10^3$ km du centre O de la Terre. Sa vitesse à cet instant est $v_0 = 8$ km s⁻¹. On donne la vitesse v_0 et la distance r_0 au centre de force O en un point de la trajectoire. Quelle est la nature de la trajectoire de ce satellite par rapport à la Terre ?