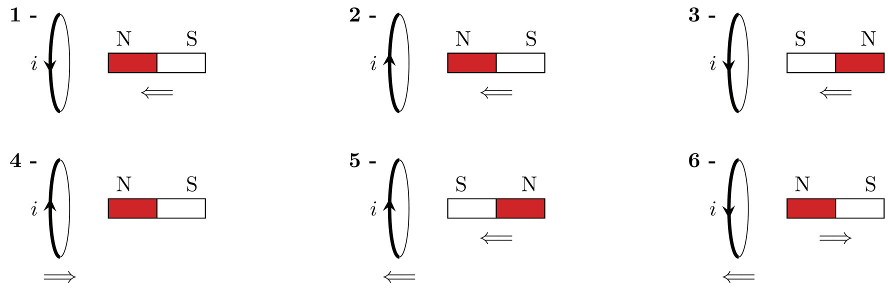
IFL4

Induction électromagnétique
2 - Circuit mobile B Stationnaire

Tester les bases

TLB 1 Signe du courant induit

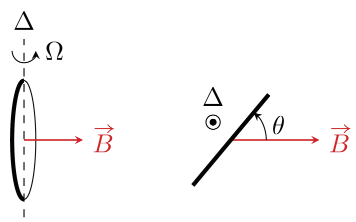
Dans chacun des circuits ci-dessous, on déplace la spire circulaire et/ou l'aimant dans le sens indiqué par le double flèche. Indiquer le signe du courant i apparaissant dans la spire pendant le déplacement.



Exercices

Ex 1 Spire en rotation

On considère une spire conductrice circulaire de surface S et de résistance électrique r. Cette spire est mise en rotation à la vitesse angulaire $\Omega = \dot{\theta}$ constante autour d'un de ses diamètres, qui définit l'axe Δ. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}$ orthogonal à Δ.



1. Etablir l'expression de la fém induite dans la spire. En déduire celle du courant induit dans la spire.

2. Déterminer le moment magnétique instantané de la spire.

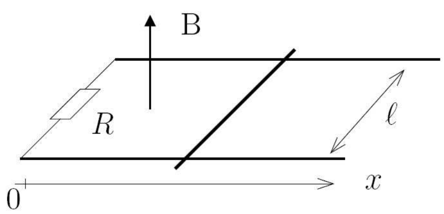
3. En déduire le couple de Laplace instantané puis moyen qui s'exerce sur la spire. Quel est qualitativement son effet sur le mouvement de la spire ? Aurait-on pu le prévoir sans calcul ?

Ex 2 Rails de Laplace

La barre de masse m peut glisser sans frottements sur des rails parallèles, distants de ℓ. En $x = 0$, les rails sont reliés par un conducteur. L'ensemble des rails, de la barre et du conducteur forme donc un circuit fermé. La résistance électrique de ce circuit est représentée par une résistance R constante localisée sur le conducteur reliant les deux rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique stationnaire et uniforme $\vec{B} = B.\vec{u}_z$. On néglige entièrement les phénomènes d'auto-induction.

La barre est lancée avec la vitesse initiale $\vec{v}_0$ dans le sens des x croissants.

Soit $v = \dot{x}$, la vitesse de la barre à un instant t.



1. En appliquant la loi de Lenz-Faraday, déterminer l'expression de la f.é.m. induite dans le circuit à un instant t quelconque en fonction de v, B et ℓ

2. Faire un schéma électrique équivalent et en déduire l'équation électrique de ce circuit.

3. Si la barre est parcourue par un courant d'intensité i comptée algébriquement, déterminer la composante selon Ox de la force de Laplace subie par la barre.

4. Déterminer l'équation mécanique par application du principe fondamental de la dynamique.

5. En déduire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v de la barre. On posera : $\tau = \frac{mR}{B^2\ell^2}$

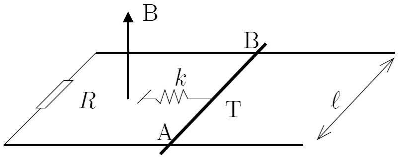
6. Résoudre complètement cette équation et tracer le graphe v en fonction de t.

7. Multiplier chaque membre de l'équation électrique par i et chaque membre de l'équation mécanique. par v. En déduire un bilan de puissance.

8. Que devient l'énergie cinétique initiale de la barre ?

Ex 3 Rails de Laplace avec ressort

Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de la position de la tige.
CI : $v(t=0) = v_0$, $x(t=0) = x_0$.

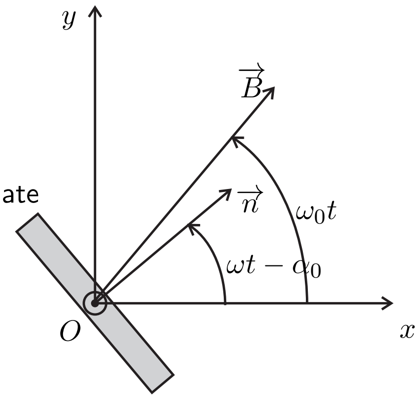


Ex 4 Moteur asynchrone

Une bobine plate de centre O formée de N spires de section S d'inductance propre L et de résistance r tourne à la vitesse angulaire constante $\omega > 0$ autour de l'axe Oz. Sa position est repérée par l'angle entre $\overrightarrow{u}_x$ et le vecteur $\overrightarrow{n}$ normal au plan de la bobine :

$$(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{n}) = \omega t - \alpha_0$$

où α_0 est une constante positive.
Cette bobine est plongée dans un champ magnétique de norme B constante tournant autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire $\omega_0 > 0$ constante : $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{B}) = \omega_0 t$.



1. Déterminer la valeur à l'instant t de l'angle $\alpha(t) = (\overrightarrow{n}, \overrightarrow{B})$. En déduire le flux $\phi(t)$ du champ $\overrightarrow{B}$ à travers la bobine. Quelle est la force électromotrice induite ?

2. En régime établi cette fem engendre dans le circuit (r, L) un courant sinusoïdal $i(t)$ de même pulsation que e qu'on exprimera sous la forme $i(t) = I\sin(\alpha(t) - \varphi)$ où φ est une constante. Exprimer I et $\tan(\varphi)$ en fonction de $\phi_0 = NBS$, r, L, ω et ω_0.

3. A quel couple $\overrightarrow{\Gamma} = \Gamma.\overrightarrow{u}_z$ le circuit est-il soumis ? Quelle est sa valeur moyenne Γ_m en fonction de I, S, B et φ ?

4. A quelle condition sur φ le couple est-il moteur ?

5. Tracer l'allure de Γ_m en fonction de la pulsation ω. Dans quel domaine de pulsation le dispositif fonctionnera-t-il en moteur ? On justifiera l'appellation de moteur asynchrone.

6. Un tel moteur peut-il démarrer seul ?

7. On suppose que le moteur a à vaincre un couple résistant de norme constante Γ_r. Etudier la stabilité du fonctionnement.

Ex 5 Pendule conducteur

Une tige métallique homogène OA de masse m et de longueur ℓ peut tourner autour d'un axe horizontal Oz. La liaison pivot de son extrémité O est parfaite. L'extrémité mobile A glisse sans frottement sur un profil circulaire de sorte qu'à chaque instant l'ensemble {tige,profil} assure la fermeture d'un circuit électrique constitué d'une bobine d'inductance propre L. L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B.\overrightarrow{e_z}$. On négligera la résistance du circuit. On note J le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation $(O, \overrightarrow{e_z})$

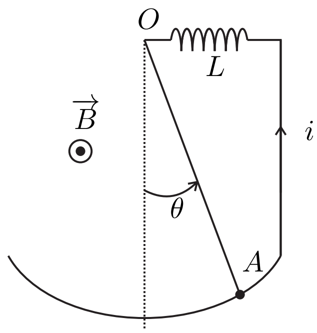
1. Calculer le moment résultant $\overrightarrow{\Gamma_{Lap}}$ des forces de laplace en fonction de $i(t)$, B et ℓ.

2. Exprimer la force électromotrice induite $e(t)$ en fonction de $\omega(t)$, B et ℓ.

3. Déduire une relation explicite de l'intensité en fonction de $\theta(t)$, B, ℓ, L et θ_0 l'angle que fait le pendule à l'instant initial.

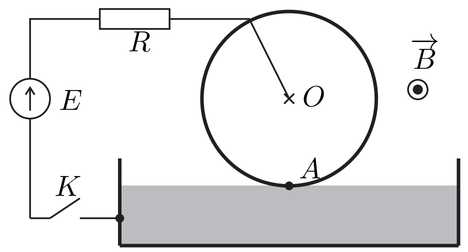
4. Montrer que la tige effectue un mouvement oscillant caractérisé par une pulsation ω_0 à déterminer en fonction de m, g, B, ℓ, L et le moment d'inertie J de la tige. On fera l'approximation linéaire des petits angles.

5. Montrer que ces oscillations ont lieu autour d'une position moyenne $\theta^\star$ à exprimer en fonction de θ_0, ω_0, B, ℓ, L et J.



Ex 6 Roue de Barlow

Une roue de Barlow de rayon a est placée dans le champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B} = B_0.\overrightarrow{u_z}$. Elle fait partie d'un circuit comprenant une résistance R, un générateur de fém E et un interrupteur. Le circuit est fermé au bas de la roue par un bain de mercure. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1. Interpréter les phénomènes ayant lieu. Dans quel sens va tourner la roue ? Commenter la loi de Lenz.

2. Equation mécanique : on note $\overrightarrow{\omega} = \omega.\overrightarrow{u_z}$ la vitesse angulaire de la roue. On suppose qu'un courant i part de son centre O pour atteindre l'extrémité A.

2.1. En considérant que le courant passe seulement en ligne droite, calculer le moment projeté sur l'axe de rotation de la force de Laplace.

2.2. Etablir l'équation mécanique. On note J le moment d'inertie de la roue par rapport à son axe. On supposera que la liaison pivot est parfaite.

3. Calculer la fém d'induction.

4. En déduire l'équation électrique du système.

5. Résoudre les équations.

Ex 7 Plaques de cuisson à induction

Le chauffage du fond métallique des casseroles peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable. Ces courants sont des courants de Foucault.
Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de $R = 5\ \mathrm{cm}$ et compte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18\ \mathrm{mH}$ et d'auto-inductance $L_1 = 30\ \mu\mathrm{H}$. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de pulsation ω.
Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de la casserole par une spire circulaire unique fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8,3\ \mathrm{m}\Omega$ et une auto-inductance $L_2 = 0,24\ \mu\mathrm{H}$. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2\ \mu\mathrm{H}$.

1. En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.

2. En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{I_2}/\underline{I_1}$.

3. En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z_e} = \underline{V_1}/\underline{I_1}$ du système.

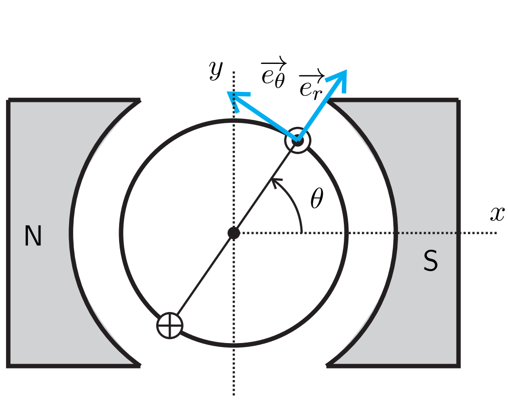
4. La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2. Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.

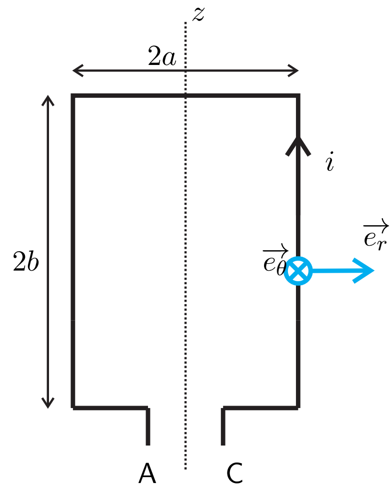
5. On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant appelé par l'inducteur.

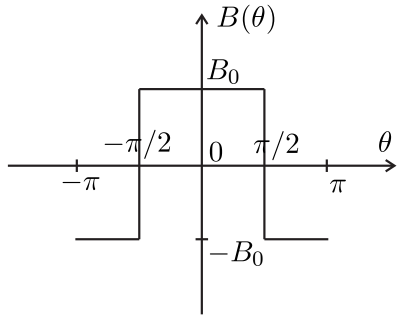
Ex 8 Moteur à courant continu

Une spire rectangulaire de grand axe zz' est enroulée sur un cylindre de même axe de rayon a et de hauteur b. Cet ensemble constitue le rotor d'une machine (moteur ou génératrice). Ce rotor se déplace dans l'entrefer d'un aimant. Le champ magnétique créé par cet aimant a une composante radiale B_r au niveau de l'entrefer dont la variation est représentée en fonction de l'angle θ. On suppose l'autre composante du champ magnétique nulle.

La spire a une résistance R et est connectée vers l'extérieur par l'intermédiaire de deux points A et C par un système balai-collecteur de manière que le brin de spire situé à droite de l'axe y soit toujours en contact électrique avec A et que celui à gauche de l'axe y soit toujours en contact avec C (quelle que soit la position θ de cette spire). On notera J le moment d'inertie par rapport à l'axe zz' du rotor et $\overrightarrow{\Omega} = \Omega\overrightarrow{e_z}$ son vecteur rotation. On négligera les phénomènes d'auto-induction dans la spire. On notera $i(t)$ le courant traversant la spire orientée de A vers C.







Lors de la rotation la spire est soumise à un couple de frottement fluide dont le moment est du type $\overrightarrow{\Gamma_f} = -\beta\overrightarrow{\Omega}$ où β est une constante positive.

Partie n°1: Etude générale

1. Montrer que le moment $\overrightarrow{\Gamma_{Lap}}$ par rapport à l'axe de rotation des forces électromagnétiques s'exerçant sur le rotor peut s'écrire

$$\overrightarrow{\Gamma_{Lap}} = \phi_0.i(t)\overrightarrow{e_z}$$

où ϕ_0 est une grandeur à exprimer en fonction de B_0, a et b.

2. Montrer que la force électromotrice $e(t)$ induite par le mouvement du rotor dans le champ magnétique peut s'écrire

$$e(t) = -\phi_0\Omega(t).$$

Partie n°2: Principe d'une dynamo

3. On connecte entre A et C une résistance R' et on entraîne la spire par un moteur tournant à vitesse angulaire Ω supposée constante. Déterminer le courant $i(t)$. Ce courant est-il continu ou variable ?

4. Quel couple Γ_{meca} doit délivrer le moteur pour maintenir une vitesse de rotation constante ?

Partie n°3: Principe d'un moteur à courant continu

On enlève la résistance R' et on impose entre A et C à l'aide d'un générateur une tension constante $V_A - V_C = E > 0$. Un couple résistant $\overrightarrow{\Gamma_r} = -\Gamma_r\overrightarrow{e_z}$ est appliqué à la spire ($\Gamma > 0$) en plus du couple de frottement (c'est l'opposé du couple que le rotor exerce sur l'objet qu'il doit mettre en rotation).

5. En appliquant les lois de la mécanique établir l'équation différentielle reliant β, Ω, J, i, ϕ_0 et Γ_r.

6. Etablir l'équation électrique du système reliant E, i, a, b, R, ω et B_0.

7. En déduire l'évolution de Γ au cours du temps en supposant qu'à $t = 0$ la spire est immobile. Tracer la courbe et donner $\Omega(t)$ en fonction du temps. On pourra poser pour simplifier :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{J}\left(\beta + \frac{4a^2b^2B_0^2}{R}\right) \quad \text{et} \quad \frac{\Omega_0}{\tau} = \frac{1}{J}\left(\frac{2abB_0E}{R} - \Gamma_r\right)$$