IFL3

# Induction électromagnétique
# 1 - Circuit Fixe B variable

## Tester le cours

| | |
|---|---|
| Citer la loi de Lenz | C'est une loi de modération.<br>Le courant induit est tel que par ses effets magnétiques (force, champ) il tend à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance. |
| Citer la loi de Faraday | Dans un circuit électrique fermé soumis à un flux magnétique $\phi = \iint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{S}$ variable au cours du temps, il y a apparition d'un courant induit d'intensité égale à celle que produirait une source de tension idéale :<br>$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$ |
| Définir l'inductance propre d'un circuit (ou le coefficient d'autoinduction) | $L$ : **coefficient d'auto-induction du circuit ou inductance propre**. $L > 0$ :<br>$$\Phi_p = L.i \qquad L \text{ en Henry.}$$<br>$L$ dépend de la nature du milieu, et de la géométrie du circuit. |
| Energie magnétique emmagasinée dans une bobine | $$\mathcal{E}_m \frac{1}{2} L i^2$$ |
| Densité volumique d'énergie magnétique | $$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$ |
| Définir le coefficient de mutuelle inductance | Les flux magnétiques envoyés réciproquement par un circuit $\mathcal{C}_1$ et un circuit $\mathcal{C}_2$ l'un à travers l'autre sont donnés par :<br>$$\Phi_{1\to 2} = M.i_1 \qquad \text{et} \qquad \Phi_{2\to 1} = M.i_2$$<br>où $M$ est l'inductance mutuelle entre les deux circuits $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$. L'inductance mutuelle s'exprime en henry. Son signe dépend des conventions choisies (orientation des circuits). |
| Coefficient de couplage entre deux circuits | $$k = \frac{\lvert M \rvert}{\sqrt{L_1 L_2}} \qquad 0 \leq k \leq 1$$<br>$k = 0$ : circuits totalement découplés.<br>$k = 1$ : circuits parfaitement couplés. |
| Hypothèses associées à un transformateur parfait | — aucune perte Joule (dans les enroulements).<br>— pas de fuite magnétique.<br>— matériau magnétique linéaire et parfait $\mu_r \to \infty$.<br>— pas de pertes fer (ni pertes par hystérésis, ni pertes par courants de Foucault). |

| | |
|---|---|
| Définir les bornes homologues dans transformateur ou de deux circuits couplés | Un courant positif entrant par une borne homologue crée un flux positif dans le circuit magnétique. Conséquences :<br>— Les tensions qui pointent vers les bornes homologues sont en phase.<br>— Si les deux courants entrent par les bornes homologues, l'un est positif l'autre est négatif (ils sont en opposition de phase). |
| Définir le rapport de transformation. Cas du transformateur parfait | $$m = \frac{N_2}{N_1}$$ Avec des tensions qui pointent vers les bornes homologues : $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$ Avec des courants qui pointent vers les bornes homologues : $$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}$$ |

## Tester les bases

### TLB$_{MtE}$ 1 Bobine

Une bobine cylindrique de grande longueur comporte $N$ spires. Sa longueur est $d$ et le rayon de ses spires est $a$. On assimile le champ magnétique à celui créé par une bobine infinie. Calculer le flux de ce champ à travers une spire circulaire, en déduire le flux propre à travers $N$ spires. Donner l'expression de l'inductance propre $L_p$ de la bobine.

### TLB$_{MtE}$ 2 Bobines couplées

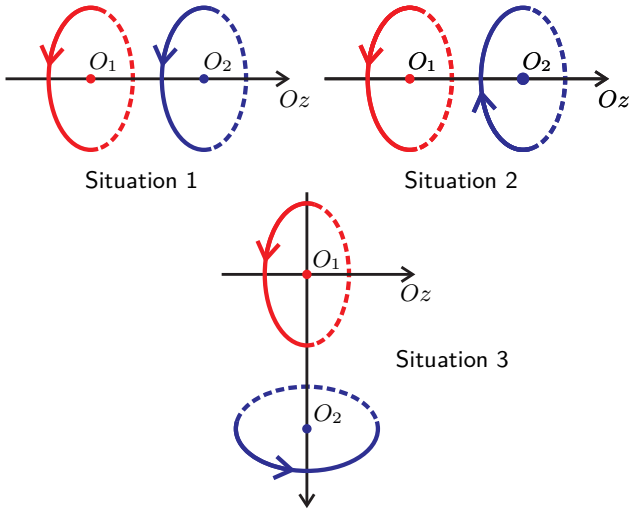
Deux bobines coaxiales (de même rayon $a$) et de grande longueur comportent respectivement $N_1$ et $N_2$ spires. On note $d_1$ et $d_2$ leur longueur respective. Chaque bobine crée un champ magnétique sensiblement égal à celui créé par une bobine infinie. Calculer le flux de $\overrightarrow{B_1}$ à travers la bobine 2 et le flux de $\overrightarrow{B_2}$ à travers la bobine 1. En déduire l'expression du coefficient d'inductance mutuelle $M$.

### TLB$_{MtE}$ 3 Transfo

Une tension $u_1(t) = E + U_0\cos(\omega t)$ est appliquée au primaire d'un transformateur de tension comportant $N_1$ spires au primaire et $N_2$ spires au secondaire. Quelle est la tension au secondaire ?

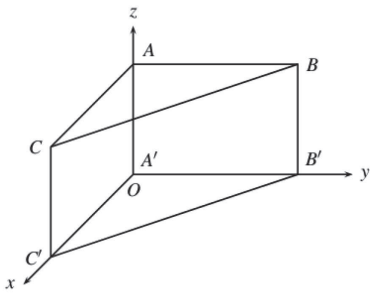
### TLB$_{MtE}$ 4 Signe d'une mutuelle

Deux spires circulaires filiformes orientées sont représentées ci-dessous dans 3 situations. L'orientation choisie pour chaque circuit est indiquée par une flèche. Déterminer le signe de l'inductance mutuelle dans chaque situation.




### TLB$_{MtE}$ 5 Flux magnétique

On considère le prisme droit suivant. Ce prisme est plongé dans une zone où règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_x}$.




Déterminer les expressions des flux magnétique $\overrightarrow{B}$ à travers les différentes surfaces du prisme.

# Exercices

## Ex 1 Flux magnétique

L'espace est décrit un repère cartésien dans lequel règne un champ magnétique uniforme et stationnaire : $B = -\overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_y} + 4\overrightarrow{e_z}$. Quel est le flux magnétique à travers une surface $S = 5,0.10^{-1}$ m$^2$ dessinée sur un plan d'équation $x - 2y + z = 2$ ?

## Ex 2 Circuit

Un circuit est formé d'un ensemble de deux bobines d'inductances $L_1 = 2L$ et $L_2 = L$ couplées par une mutuelle inductance $M = L$.
$L_1$ est alimentée au primaire par un générateur d'échelon de tension de force électromotrice $E$. $L_2$ est fermée au secondaire sur un condensateur de capacité $C$. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_c$ et donner l'équation horaire $u_c(t)$ en considérant que pour $t < 0$ le condensateur est déchargé et toutes les intensités sont nulles.

## Ex 3 Bobinages

Avec un fil de diamètre $\delta$, on réalise un bobinage cylindrique de rayon $a \gg \delta$ sur une longueur totale $d \gg a$. Avec le même fil, on effectue un bobinage sur la première bobine, de même rayon et de même longueur, mais en effectuant deux tours. On dispose ainsi de deux bobines superposées coaxiales de rayons et de longueurs sensiblement égales, la deuxième comportant deux fois plus de spires par mètre que la première. Le seconde est fermée sur un résistor de résistance $R$, la première est alimentée par un générateur sinusoïdal de tension $u(t) = U_0.\cos(\omega t)$. On assimile les champs magnétiques créés par les bobines de grande longueur à ceux créés par des bobines infinies. On pose $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 d}{\delta^2}$ et on suppose que $R = 4L\omega$.

**1.** Etablir les expressions des inductances propres $L_1$ et $L_2$ et du coefficient de mutuelle induction $M$.

**2.** En déduire les équations différentielles liant $i_1$ et $i_2$ et déterminer leurs expressions en régime sinusoïdal forcé.

## Ex 4 Comparaison Induction et auto-induction

Lorsque l'on considère une spire unique, on peut généralement négliger la fém induite devant celle qui est due à un champ extérieur, c'est à dire créé par une autre bobine, variable.

On considère ici une spire de rayon $R = 5$ cm et de résistance interne $r = 1\ \Omega$

Le champ extérieur variable est uniforme orthogonal au plan de la spire, sinusoïdal de fréquence $f = 50$ Hz et d'amplitude $B_0 = 50$ mT.

**1.** Calculer l'amplitude de la fém induite dans la bobine du fait du champ extérieur.

**2.** En déduire (en négligeant l'auto-induction) l'amplitude du courant induit.

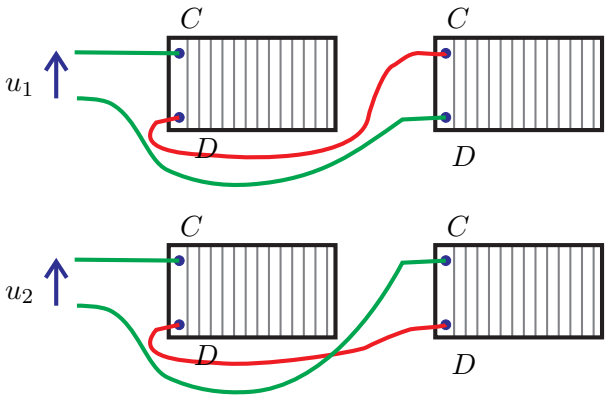
**3.** Expliquer pourquoi en négligeant l'autoinduction, on surestime le courant induit.

**4.** L'expression de l'inductance propre d'une spire est délicate à établir, car on ne peut utiliser une modélisation filiforme des conducteurs (le champ diverge au voisinage de conducteurs filiforme). Il faut donc prendre en compte le rayon des fils que l'on note $a$. On donne l'expression $L = \mu_0 R\left(\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 2\right)$. Calculer $L$ avec $a = 0,1$ mm

**5.** Calculer l'amplitude $e'$ de la fém associé à l'auto-induction et conclure.

## Ex 5 Couplage entre bobines

On dispose de deux bobines identiques chacune d'inductance propre $L$ e de résistance $r = 8\ \Omega$. On repère les bornes de bobines par les lettres $C$ et $D$. Les deux bobines sont placées à proximité l'une de l'autre. On les connecte en série dans les déplacer de manière à créer un nouveau dipôle. La connexion se fait selon les deux possibilités ci-dessous.

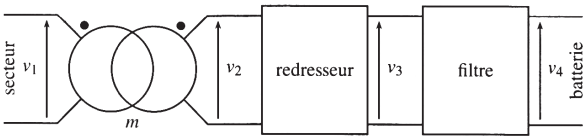



On alimente successivement chacun des dipôles par un courant sinusoïdal de fréquence 2 kHz. La mesure du module de l'impédance donne $Z_1 = 375\ \Omega$ et $Z_2 = 225\ \Omega$. En déduire les valeurs de l'inductance propre de chaque bobine et l'inductance mutuelle $M$ des deux bobines.

## Ex 6 Dimensionnement d'un transformateur

On souhaite dimensionner le transformateur utilisé pour recharger un portable. La chaîne d'énergie logée dans un boîtier placé sur le cordon d'alimentation du portable se compose successivement :

- de l'alimentation EDF du secteur qui délivre la tension $v_1(t) = V_0 \sin(2\pi f_0 t)$ où $f_0 = 50$ Hz et $V_0 = 240$ V.
- d'un transformateur dont la sortie est $v_2(t) = V_{0\,2} \sin(2\pi f_0 t)$ et dont le rapport de transformation est noté $m$.
- d'un redresseur montage qui délivre la valeur absolue $v_3$ de la tension d'entrée $v_2$,
- d'un filtre moyenneur dont la sortie $v_4$ est la valeur moyenne de la tension d'entrée $v_3$. La batterie du portable est branchée à la sortie, elle requiert une tension de charge constante $v_4 = 12$ V.




**1.** Que vaut $V_{0\,2}$ en fonction de $V_0$ ?

**2.** Tracer le graphe de la tension $v_3(t)$.

**3.** Quelle est la nature du filtre utilisé entre $v_3$ et $v_4$. Proposer une valeur pour sa fréquence de coupure, ou sa fréquence propre.

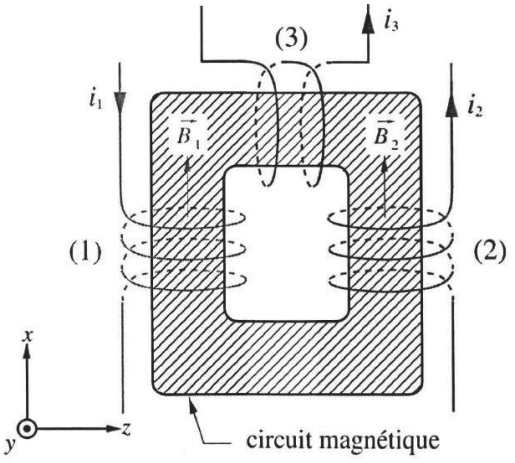
**4.** Etablir l'expression de la tension $v_4$ en fonction de $V_0$.

**5.** En déduire la valeur de $m$.

## Ex 7 Disjoncteur différentiel

On a un dispositif formé d'un circuit magnétique canalisant les lignes de champ magnétique sur lequel sont bobinés trois solénoïdes (que l'on considérera comme infinis).

On fera l'approximation suivante : dans le matériau ferromagnétique $\mu_0$ est remplacée par $\mu_r \mu_0$ avec une valeur très élevée pour $\mu_r$. C'est une approximation car dans un milieu non linéaire on ne peut pas définir de permittivité relative au sens strict.




**1.** Etablir les expressions des champs magnétiques créés dans les bobinages 1 et 2 par les courants d'intensité respective $i_1$ et $i_2$.

En déduire le champ magnétique total créé dans le bobinage 3 (on négligera l'auto-induction).

On notera $N_1$ et $N_2$ le nombre de spires des enroulements 1 et 2. La longueur totale de chaque solénoïde est la même $L$.

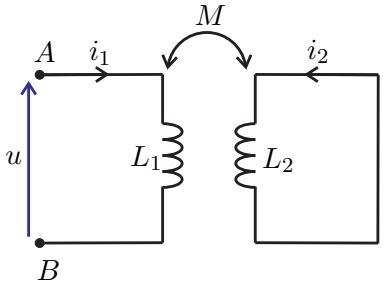
**2.** Calculer le courant induit $i_3$ dans le bobinage 3 sachant que la résistance du fil conducteur est $R$. On notera $S_3$ la section droite de 3 et $N_3$ le nombre de spires. On posera de plus $N = N_1 = N_2$.

$$i_1 = I_1 \sin(\omega t) \qquad \text{et} \qquad i_2 = I_2 \sin(\omega t)$$

**3.** Quelle(s) applications peut-on avoir avec un tel dispositif ?

## Ex 8 Détection par boucle inductive

En milieu urbain, la détection des véhicules par boucle inductive s'est fortement développée. Le capteur est une boucle conductrice d'inductance propre $L_1$ implantée dans la chaussée formée de spires de la taille de l'ordre du mètre (dipôle $AB$ parcouru par un courant $i_1(t)$ ). Lorsqu'un véhicule passe, des courants de Foucault sont induits dans la carcasse métallique. On modélise ce phénomène par un deuxième circuit d'inductance propre $L_2$ parcouru par un courant d'intensité $i_2(t)$. On note $M$ le coefficient de mutuelle inductance. On négligera la résistance des circuits.

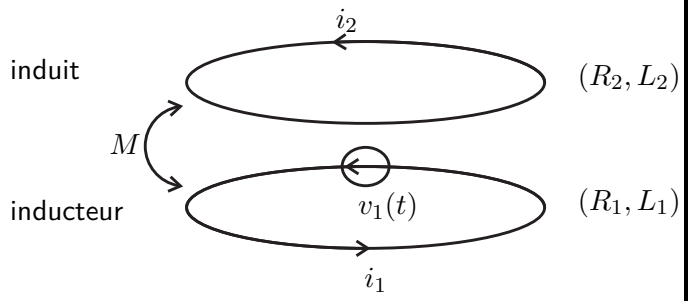



**1.** Montrer qu'en présence du véhicule, le dipôle $AB$ est équivalent à une inductance propre $L'$ qu'on exprimera en fonction de $L_1$, $L_2$ et $M$.

**2.** Cette boucle fait partie d'un circuit électronique oscillant dont la fréquence est fonction de son inductance. Ce circuit est composé d'une capacité $C$ et du dipôle $AB$. Quelle est la pulsation de résonance ? Calculer sa variation relative en fonction de la variation d'inductance.

## Ex 9 Table à induction

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable. Logé dans une table en céramique, un bobinage nommé inducteur, alimenté par un courant sinusoïdal génère ce champ. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque circulaire assimilable à une spire unique fermée sur elle-même située au fond de la casserole. L'inducteur de rayon $5\ \mathrm{cm}$ comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1,8.10^{-2}\ \Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30\ \mu\mathrm{H}$.
L'induit est constitué de la plaque de résistance $R_2 = 8,3\ \mathrm{m}\Omega$ et d'auto-inductance $L_2 = 0,24\ \mu\mathrm{H}$. Cette plaque est assimilable à une spire unique fermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$. L'ensemble plaque-inducteur se comporte comme deux circuits couplés par une mutuelle $M$.




**1.** Ecrire les équations électriques relatives aux deux circuits.

**2.** En déduire l'expression littérale du rapport des amplitudes complexes $\underline{\underline{\frac{I_2}{I_1}}}$.

**3.** En déduire l'expression littérale de l'impédance d'entrée complexe du système.

**4.** On choisit $\omega$ telle que $R_1 \ll L_1\omega$ et $R_2 \ll L_2\omega$. Simplifier les deux expressions littérales précédentes puis effectuer le calcul numérique de leur module sachant que l'inductance mutuelle est estimée à $M = 2\ \mu\mathrm{H}$.

**5.** On soulève la plaque à chauffer. On demande un raisonnement purement qualitatif : l'amplitude du courant $i_1$ appelé par l'inducteur augmente-elle ou décroît-elle ?

## Ex 10 Transformateur

L'étude d'un transformateur monophasé a donné les résultats suivants :

- Essai en courant continu au primaire : $U_{1C} = 5,0\ \mathrm{V}$ et $I_{1C} = 10,0\ \mathrm{A}$.
- Essai à vide sous tension nominale primaire : $U_1 = 230\ \mathrm{V}$, $f = 50\ \mathrm{Hz}$ : $U_{2v} = 46\ \mathrm{V}$, $P_{1v} = 80\ \mathrm{W}$ et $I_{1v} = 1,0\ \mathrm{A}$.
- Essai en court-circuit : $U_{1cc} = 40\ \mathrm{V}$, $P_{1cc} = 250\ \mathrm{W}$ et $I_{1cc} = 10\ \mathrm{A}$.

**1.** Calculer le rapport de transformation du transformateur.

**2.** Montrer que l'on peut négliger les pertes dans le cuivre lors de l'essai à vide.

**3.** Calculer l'intensité maximale du champ magnétique sachant que le primaire comporte 500 spires, et que le circuit magnétique est de section $S = 25\ \mathrm{cm}^2$.

**4.** Montrer que les pertes dans le fer sont négligeables lors de l'essai en court-circuit sachant qu'elles sont proportionnelles à $U_1^2$.

**5.** Déterminer les éléments $R_s$ et $X_s$ du schéma équivalent du transformateur vu du secondaire.

**6.** Déterminer la tension efficace secondaire lorsque le transformateur débite un courant d'intensité nominale dans une charge inductive de facteur de puissance $0,9$ .

**7.** Déterminer le rendement du transformateur pour le fonctionnement évoqué à la question précédente.

## Ex 11 Transformateur

On souhaite transporter sous une tension sinusoïdale une puissance électrique $P = 2300\ \mathrm{kW}$ depuis une centrale jusqu'à un utilisateur se trouvant à une distance $d = 50\ \mathrm{km}$. On suppose que le facteur de puissance de l'installation égal à $1$ (cas le plus favorable pour EDF). La résistivité des câbles en cuivre est $\rho = 2.10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}$.

**1.** On impose une tension efficace à l'arrivée égale à $U = 230\ \mathrm{V}$ et dans les câbles une densité de courant $\delta = 5\ \mathrm{A/mm}^2$.

**1.1.** Calculer l'intensité efficace $I$ en ligne et la section $S$ des câbles.

**1.2.** Calculer la résistance totale des câbles de la ligne.

**1.3.** Calculer les pertes par effet Joule en ligne, les comparer à la puissance $P$ transportée. Conclure.

**2.** On impose toujours une tension efficace à l'arrivée égale à $U = 230\ \mathrm{V}$, mais on souhaite que les pertes en ligne $P_J$ ne représentent que $5\%$ de la puissance $P$ transportée.

**3.** Calculer l'intensité efficace et les pertes par effet Joule en ligne.

**3.1.** En déduire la section des câbles. Conclure.

**4.** On impose une tension efficace à l'arrivée de $230\ \mathrm{kV}$ et une densité dans les câbles $\delta = 5\ \mathrm{A/mm}^2$.

**4.1.** Calculer l'intensité du courant $I$ et la section $S$.

**4.2.** Calculer la résistance totale des câbles de la ligne.

**4.3.** En déduire $P_J$ et comparer à $P$. Conclure.