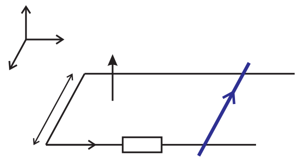
Induction et Force de Laplace IFL2

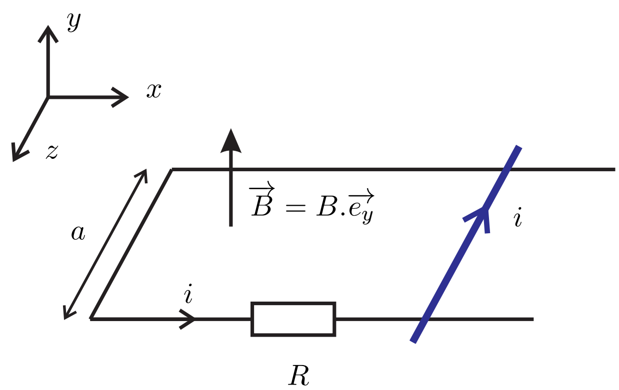
Actions d'un champ magnétique



1. Force de Laplace

1.1. Force de Laplace sur une tige en translation

Une tige T conductrice est posée sur deux rails conducteurs nommés rails de Laplace.
L'ensemble forme un circuit électrique fermé parcouru par un courant i créé par générateur (qui n'est pas représenté sur la figure).
Le circuit est plongé dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B.\overrightarrow{e_y}$ orthogonal au plan des rails.



La force de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ qui s'exerce sur la tige T est due à la présence simultanée du courant i et du champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

La force de Laplace exercée sur un tronçon de conducteur rectiligne MN plongée dans un champ magnétique uniforme extérieur $\overrightarrow{B}$ et parcouru par un courant d'intensité i allant de M vers N est :

$$\overrightarrow{F_L} = i\,\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{B}$$

Puissance de la force de Laplace

1.2. Généralisation

Définition

Soit un élément de circuit $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ parcouru par un courant I et placé dans une région où règne un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ est soumise à une force élémentaire, dite force de Laplace $\mathrm{d}\overrightarrow{F_L}$ qui a pour expression :

$$\mathrm{d}\overrightarrow{F_L} = I.\mathrm{d}\overrightarrow{\ell} \wedge \overrightarrow{B}$$

....

....

Lien entre force de Laplace et force de Lorentz

Force de Lorentz : $\overrightarrow{F_\ell} = q\,\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}$.

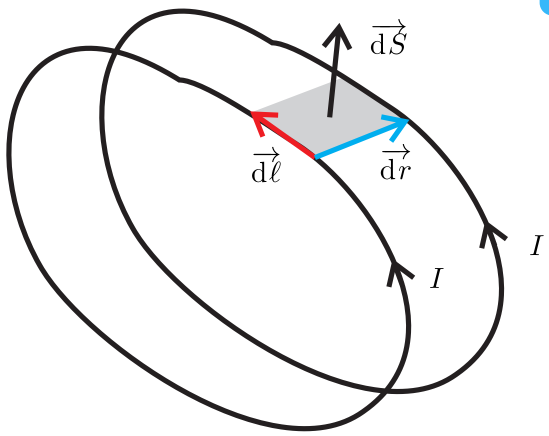
- → *Cette force est à l'origine du déplacement des électrons.*
- → *Ce déplacement crée une inhomogénéité des charges dans le conducteur.*
- → *Cette inhomogénéité donne naissance à un champ $\overrightarrow{E}_H$, le champ de Hall.*

Bilan :

- ⋄ *Sur les charges - : la force de Lorentz et celle créée par le champ de Hall se compensent.*
- ⋄ *Sur les charges + : Ces charges sont immobiles. La force de Lorentz est donc nulle. Il n'y a alors qu'une force qui agit, cette force correspond à la force de Laplace.*

Cette force s'exerce donc sur le matériau conducteur.

1.3. Travail des forces de Laplace lors d'un déplacement d'un circuit filiforme



◇ On considère un **circuit** $\mathcal{C}$ rigide et filiforme parcouru par un **courant** I et placé dans une région où règne un **champ magnétique extérieur uniforme** $\overrightarrow{B}$.

◇ Chaque élément de circuit $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ subit une **force de Laplace** qui a pour expression : $\mathrm{d}\overrightarrow{F} = i\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B}$

◇ Cette force va induire un déplacement : l'élément $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ se déplace de $\overrightarrow{\mathrm{d}r}$ pendant $\mathrm{d}t$.

◇ Le **travail de la force de Laplace** pour le déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}r}$ de l'élément de circuit $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ a alors pour expression :

$$\delta W = \int_{\mathcal{C}} \mathrm{d}\overrightarrow{F}.\overrightarrow{\mathrm{d}r} = \int_{\mathcal{C}} \left(i\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B}\right).\overrightarrow{\mathrm{d}r} = \int_{\mathcal{C}} i\overrightarrow{B}.\left(\overrightarrow{\mathrm{d}r} \wedge \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}\right)$$

où $\overrightarrow{\mathrm{d}r} \wedge \overrightarrow{\mathrm{d}\ell} = \mathrm{d}^2\overrightarrow{S}$ **représente la surface balayée** par $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ au cours de son déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}r}$.

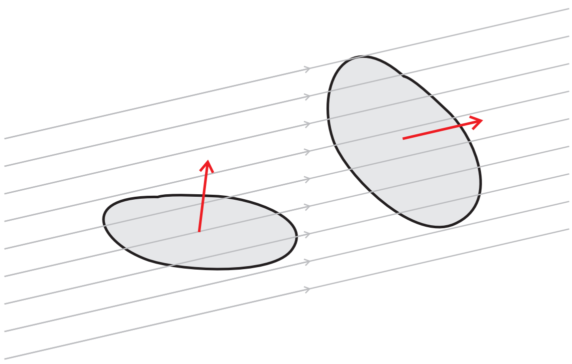
$$\delta W = \int_{\mathcal{C}} i\overrightarrow{B}.\overrightarrow{\mathrm{d}^2S} \qquad \text{où} \quad \overrightarrow{B}.\overrightarrow{\mathrm{d}^2S} \quad \text{est le flux coupé.}$$

Ce flux coupé est maximum lorsque les vecteurs son colinéaires, et nul lorsqu'ils sont orthogonaux.

Interprétation : lors du déplacement du circuit, celui-ci va passer à travers des lignes de champ et donc les coupler. Le travail de la force de Laplace va être proportionnel à ce flux coupé.

Ce flux coupé est aussi lié à la surface balayée lors du déplacement. Ainsi en considérant le déplacement d'une spire, on peut considérer une surface fermée : $\Sigma = S_I + S_F + S_{\text{lat}}$ où S_{lat} est la surface balayée lors du déplacement de la spire.
Le champ $\overrightarrow{B}$ est à flux conservatif. Donc son flux à travers une surface fermée est nul. En orientant les surface avec le courant, on en déduit :

$$\Phi_{\text{lat}} = \Phi_F - \Phi_I = \Delta\Phi$$



2. Actions d'un champ magnétique sur un dipole

2.1. Circuit dans un champ magnétique uniforme

On considère un circuit fermé $\mathcal{C}$ parcouru par un courant d'intensité i et baignant dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$.
Chaque élément de circuit $\mathrm{d}\overrightarrow{\ell}$ subit une force élémentaire de Laplace :

$$\mathrm{d}\overrightarrow{F_L} = I.\mathrm{d}\overrightarrow{\ell} \wedge \overrightarrow{B}$$

- **Résultante des forces de Laplace :**

....

....

....

....

....

- **Moment des forces de Laplace**

....

....

....

....

....

....

....

....

Dans un champ magnétique uniforme, la résultante des forces de Laplace appliquée à un circuit **fermé** est nulle. Les forces de Laplace sont donc à l'origine du couple dont le moment est indépendant du point O où on le calcule et qui s'exprime par :

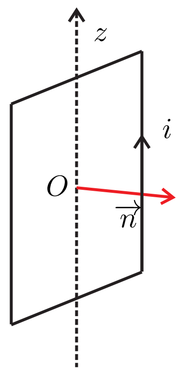
$$\overrightarrow{\Gamma} = \int_{\mathcal{C}} \overrightarrow{OP} \wedge i\left(\mathrm{d}\overrightarrow{\ell} \wedge \overrightarrow{B}\right) \qquad \text{avec } P \in \mathcal{C}$$

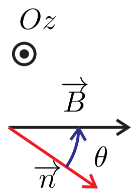
Application 1

Exprimer le résultante et le moment des forces de Laplace dans le cas d'une spire circulaire de rayon R parcourue par un courant i et plongée dans un champ magnétique uniforme colinéaire à l'axe de la spire.

2.2. Circuit électrique rectangulaire

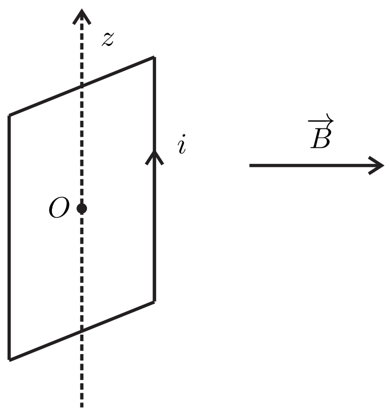
On considère une spire rectangulaire dont deux côtés sont dirigés selon (Oz). On note a et b les longueurs des côtés de la spire. On note i l'intensité du courant circulant dans le circuit. L'orientation de ce courant impose l'orientation la spire et donc le sens de la normale $\overrightarrow{n}$. Cette spire est plongée dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ orthogonal à Oz. On note θ l'angle entre la normale $\overrightarrow{n}$ et le champ $\overrightarrow{B}$.





- **Cas particulier d'un conducteur rectiligne dans un champ magnétique uniforme :**

- **Résultante des forces de Laplace :**



- **Moment des forces de Laplace**

Le vecteur $\overrightarrow{m} = IS\,\overrightarrow{n}$, caractéristique d'une spire parcourue par un courant est le moment dipolaire magnétique de la spire.

Moment dipolaire d'un circuit fermé :

Dans le cas où la spire n'est pas unique, mais laisse place à N spires bobinées sur un cadre rectangulaire, on somme les différents moments dipolaires :

$$\overrightarrow{m} = NIS\,\overrightarrow{n}$$

On généralise le résultat démontré dans le cas d'une spire rectangulaire au cas de N spires de formes différentes (circulaire par exemple).

Un cadre portant N spires parcourues par un courant I et plongé dans un champ magntique uniforme subit un couple de forces de Laplace de moment :

$$\overrightarrow{\Gamma} = NIS\,\overrightarrow{n} \wedge \overrightarrow{B} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}$$

Application 2

Spire circulaire alignée sur le champ

IFL2

3. Actions subies par un dipôle magnétique

Lorsqu'un dipôle magnétique est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$, on considère que les actions qu'il subit sont les mêmes que celles qui s'appliqueraient à une petite spire parcourue par un courant et dont le moment dipolaire magnétique serait $\overrightarrow{m}$.

3.1. Résultante et moment

Dans un champ magnétique uniforme :

- la résultante des forces de Laplace appliquées à un dipôle magnétique est nulle :

$$\overrightarrow{F} = 0.$$

- le moment des forces (couple) s'exprime en fonction du moment dipolaire magnétique $\overrightarrow{m}$

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}.$$

Application 3

Orientation d'un aimant

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B}$ sur un aimant de moment magnétique $\overrightarrow{m}$ tend à aligner le vecteur $\overrightarrow{m}$ sur le vecteur $\overrightarrow{B}$.

3.2. Equilibre d'un dipôle dans un champ uniforme

- **Equilibre indifférent en translation**

La résultante des forces exercées sur le dipôle étant nulle dans un champ magnétique uniforme, le dipôle n'a pas de mouvement de translation. le champ n'a donc qu'une influence sur l'orientation du dipôle.

- **Orientation du dipôle dans le champ extérieur**

Un dipôle magnétique est mobile librement autour de l'axe Oz orthogonal à un champ magnétique extérieur appliqué.
L'équilibre en rotation et donc obtenu lorsque le couple des forces de Laplace est nul :

- **Stabilité des positions d'équilibre**

La position d'équilibre stable d'un dipôle magnétique placé dans un champ magnétique uniforme correspond à l'alignement du moment dipolaire sur le champ.

IFL2

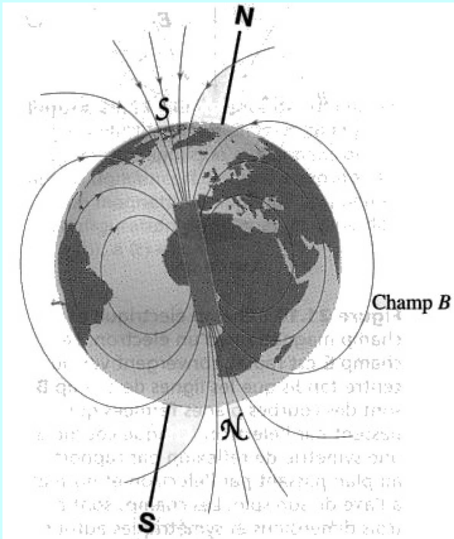
Application 4

La boussole :

Le champ magnétique de la Terre se modélise en première approximation par un moment magnétique placé au centre de la planète. Il sort de la Terre par le pôle nord magnétique situé au pôle sud géographique et entre par le pôle sud, situé au pôle nord géographique.

L'aiguille d'une boussole constituée d'un petit aimant magnétique $\overrightarrow{m}$ en surface de la planète s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B_T}$.

Ainsi le pôle nord de l'aimant indique la direction du sud magnétique de la Terre, c'est-à-dire le pôle nord géographique. Les géographes parlent de pôle nord magnétique pour indiquer la position du pôle sud de l'aimant qu'est la Terre.



3.3. Energie potentielle

Il existe une énergie potentielle d'interaction entre un dipôle magnétique de moment dipolaire $\overrightarrow{m}$ et un champ magnétique permanent $\overrightarrow{B}$ créé par d'autres courants que ceux constituants le dipôle :

$$E_p = -\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}$$

4. Effet moteur d'un champ tournant

4.1. Principe d'un moteur synchrone

Création d'un champ tournant

On considère deux bobines de mêmes caractéristiques : forme, section, nombre de spires. Ces bobines sont alimentées par deux tensions sinusoïdales de même amplitude, même fréquence et en quadrature (c'est-à-dire déphasées de $\pi/2$.

$$u_1(t) = U_0\cos(\Omega t)$$
$$u_2(t) = U_0\sin(\Omega t)$$

Les intensités qui parcourent les circuits sont également déphasées de $\pi/2$, ce qui génère au centre O des bobines un champ magnétique d'expression :

$$\overrightarrow{B}(t) = B_0\cos(\Omega t)\overrightarrow{e_x} + B_0\sin(\Omega t)\overrightarrow{e_y}$$

Ce champ est un champ tournant car on peut le représenter dans le plan xOy par un vecteur de norme B_0 constante qui tourne à la vitesse angulaire Ω.

> Un champ magnétique tournant peut être produit par un ensemble de bobines décalées angulairement et parcourues par des courants sinusoïdaux de même amplitude et de même fréquence mais déphasés.

Le dipole magnétique subit un couple de la part du champ dont le moment est

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m}\wedge\overrightarrow{B}.$$

Le dipôle a tendance à s'aligner sur le champ tournant. Lorsqu'il tourne exactement à la même vitesse, il y a équilibre relatif (on se place dans le référentiel lié au champ tournant). On parle de synchronisme de rotation.

• **Etude du couple**

4.2. Moteur synchrone entraînant une charge

En pratique le moteur entraîne une charge. Celle-ci exerce en retour un couple résistant : $\Gamma_r = -C\overrightarrow{e_z}$;
On ne peut maintenant plus simplement annuler le couple en alignant le moment du dipôle magnétique sur le champ. On applique le théorème du moment cinétique :

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \Gamma - C$$

Pour un mouvement de rotation à vitesse angulaire uniforme Ω le moment cinétique reste constant donc le terme d'inertie n'intervient plus. La somme vectorielle des couples est nulle :

$$\Gamma - C = 0$$

Cette situation est possible à condition qu'un angle θ_0 existe entre le moment dipolaire et le champ. L'angle θ_0 vérifie a relation :

$$\Gamma = mB_0 \sin(\theta) \qquad \sin(\theta_0) = \frac{C}{mB_0}.$$

Ceci n'est possible que si le couple résistant n'excède pas une valeur égale à mB_0.
En régime permanent, le moteur synchrone tourne à la même vitesse que celle du champ tournant avec un retard angulaire qui augmente avec le couple résistant.

Point de fonctionnement et stabilité

Problème de démarrage

Le démarrage est impossible si le champ tourne à vitesse constante Ω (pas de couple moteur possible à l'arrêt).

- $\rightarrow$ on peut alors démarrer la machine avec un champ tournant lentement (basses fréquences pour le courant inducteur) puis, on augmente progressivement la vitesse en augmentant la fréquence.
- $\rightarrow$ on lance le moteur avec un dispositif annexe (MCC par exemple) et on connecte le moteur synchrone quand la vitesse de synchronisme est atteinte.

IFL2

4.3. Constitution d'une machine synchrone

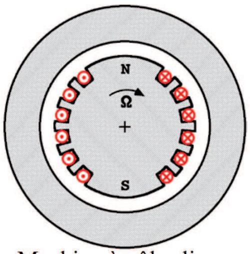
- **Inducteur :**

  Il est constitué soit d'aimants permanents, soit d'un enroulement parcouru par un courant d'excitation I_e continu créant un champ magnétique (p paires de pôles).
  Le contact électrique (passage du courant) est assuré par un ensemble de bagues et de balais.

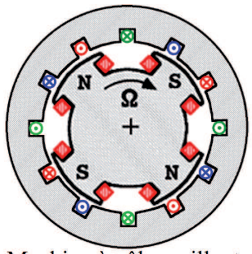
- **Induit :**

  Les enroulements du stator sont le siège de courants alternatifs monophasés ou triphasés. Il possède aussi p paires de pôles. Ces courants alternatifs dans le stator créent un champ magnétique tournant à la pulsation :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} \qquad \omega \text{ vitesse de rotation du champ tournant}$$



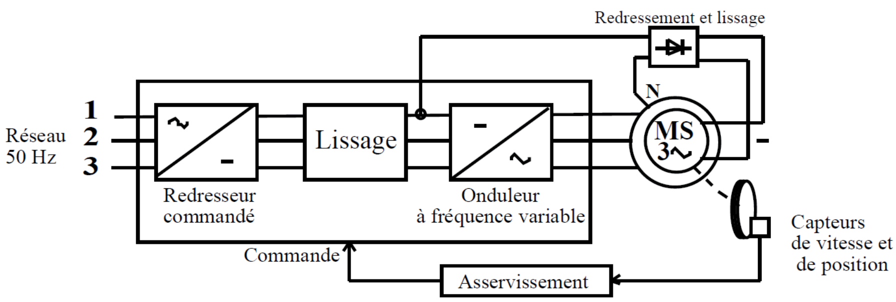
Machine à pôles lisses



Machine à pôles saillants

La machine synchrone est plus facile à réaliser et plus robuste que le moteur à courant continu. Son rendement est proche de 99%.
On peut régler son facteur de puissance en modifiant le courant d'excitation I_e.

- **Moteurs :**
  Ils sont utilisés en forte puissance ($10\ \mathrm{MW}$). Pour faire varier la vitesse, il faut faire varier la fréquence des courants statoriques. Il a donc fallu attendre le développement de l'électronique de puissance pour commander les moteurs synchrones auto-piloté (TGV Atlantique 1981).



  Dans le domaine des faibles puissances, les rotors sont à aimants permanents. L'intérêt de tels moteurs réside dans la régularité de la vitesse de rotation (disque dur, servo-moteur).
  Le moteur synchrone peut également être utilisé comme source de puissance réactive pour relever le facteur de puissance d'une installation.

- **Alternateurs :**

Ils fournissent une partie de l'énergie du réseau EDF. On les trouve dans les barrages sur les fleuves et les lacs.
Centrale Rhinau sur le rhin : 4 alternateurs de 42000 kVA chacun.