

Devoir confiné

à rendre lundi 4 mai

Transformation polytropicque et modélisation d'une compression réelle

Partie n°1: Transformation polytropicque

Pour modéliser une transformation réelle, on utilise fréquemment une transformation générique définie par la relation

$$PV^k = cste$$

Cette transformation est dite polytropicque. Selon la valeur donnée au coefficient k , il est possible de retrouver les transformations usuelles ou d'en définir de nouvelles. L'évolution polytropicque est mécaniquement réversible.

On l'applique à un gaz parfait et $R = 8,31 \text{ J/K}$. On note le coefficient de Laplace $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$. C_{vm} et C_{pm} sont respectivement les capacités thermiques à volume constant et à pression constante.

1. Déterminer les valeurs de k qui permettent d'identifier la transformation polytropicque avec :

- ◇ une évolution isobare,
- ◇ une évolution isotherme,
- ◇ une évolution adiabatique réversible,
- ◇ une évolution isochore.

2. Sur le diagramme de Watt fourni en annexe, à partir d'un même état initial I (repéré par sa pression P_I , son volume V_I et sa température T_I), représenter, en justifiant succinctement, les différentes transformations obtenues pour différentes valeurs de k .

3. On rappelle qu'une compression nécessite une augmentation de pression et une diminution de volume.

A partir de l'état initial I , indiquer, sur le diagramme fourni en annexe, la zone du plan correspondant à une compression, puis la zone du plan correspondant à une détente du gaz parfait.

4. Une transformation correspond à un chauffage lorsque le gaz reçoit un transfert thermique qui conduit à une hausse de température.

Toujours sur ce diagramme, indiquer sur le diagramme fourni en annexe dans quelle zone du plan sont situées les transformations correspondant à un chauffage, et celle correspondant à un refroidissement.

5. Exprimer le travail et la chaleur reçus au cours d'une évolution polytropicque en fonction de la température de l'état initial T_I , et de celle de l'état final T_F (on traitera séparément le cas $k = 1$).

6. Lorsque $k \neq 1$, on définit la constante C_k telle que le transfert thermique d'une transformation polytropicque s'exprime sous la forme :

$$Q = C_k (T_F - T_I).$$

Donner une interprétation physique de C_k , puis exprimer C_k en fonction de γ , R , k et n la quantité de matière.

7. Exprimer C_k pour les transformations remarquables de la question 1. Dans chaque cas, donner une interprétation physique.

8. Montrer que'une évolution polytropique peut également se définir par une relation de proportionnalité entre travail et chaleur $Q = \alpha W$. Exprimer α en fonction de k et γ .
9. Une mole de gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,5$ subit une compression au cours de laquelle sa pression double à partir d'une température initiale $T_I = 285$ K.
- 9.1. Déterminer la température finale en supposant la transformation adiabatique.
- 9.2. Déterminer la chaleur reçue par le gaz en supposant l'évolution isotherme.
- 9.3. On mesure expérimentalement $T_F = 342$ K. Déterminer la valeur de k de l'évolution polytropique compatible avec cette mesure. Que vaut alors la chaleur reçue par le gaz ?

Aide aux calculs :

$$0.5^{-\frac{0.5}{1.5}} \simeq 1.25 \qquad \ln(2) \simeq 0.7 \qquad \ln(1.2) \simeq 0.2$$

Partie n°2: Cycle monotherme

Cette partie est indépendante de la partie précédente. Cependant, vous pouvez utiliser les résultats de la partie 1 si vous les avez démontrés et justifiés proprement. Indiquez dans ce cas clairement à quel résultat vous faites référence.

Pour les applications numériques, on pourra s'aider de l'aide aux calculs de la partie précédente.

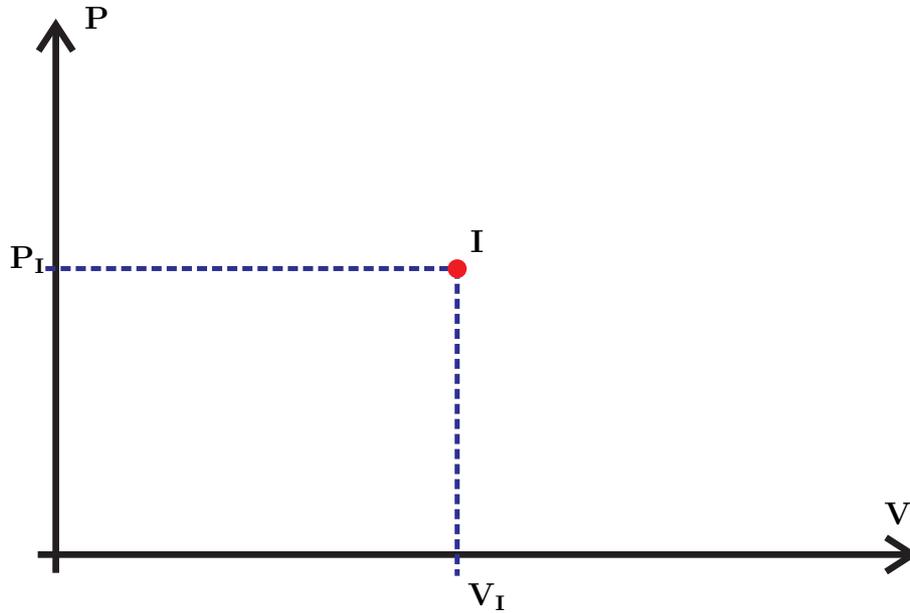
On considère une mole de gaz parfait de coefficient $\gamma = 1.4$ qui subit la succession de transformations suivantes :

- ◇ une détente isotherme de $P_A = 2$ bar et $T_A = 300$ K jusqu'à $P_B = 1$ bar en restant en contact avec un thermostat à la température $T_T = 300$ K .
- ◇ évolution isobare jusqu'à $V_C = 20.5$ L toujours en restant en contact avec le thermostat à la température $T_T = 300$ K.
- ◇ une compression adiabatique réversible jusqu'à l'état A .

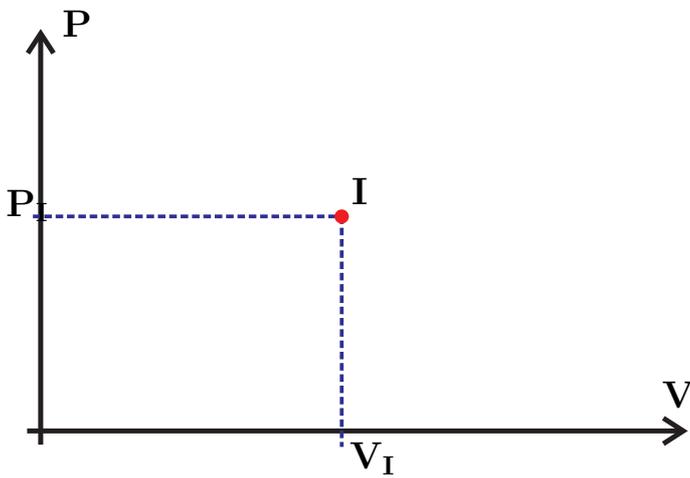
10. Représenter ce cycle sur votre copie dans un diagramme de Watt. S'agit-il d'un cycle moteur ou récepteur ? Justifier.
11. Exprimer la variation d'entropie ΔS_{AB} lors de la transformation de A vers B .
12. Exprimer l'entropie échangée S_{eAB} toujours lors de la transformation de A vers B .
13. En déduire l'entropie créée S_{cAB} . Interpréter le résultat obtenu.
14. Exprimer la température T_C en C en fonction de données de l'énoncé. Faire l'application numérique.
15. Exprimer le travail W_{BC} et le transfert thermique reçus par le gaz au cours de la transformation de B vers C en fonction de P_B , V_B , V_C , T_A et T_C .
16. Exprimer la variation d'entropie ΔS_{BC} lors de la transformation de B vers C .
17. Exprimer l'entropie échangée S_{eBC} toujours lors de la transformation de B vers C .
18. En déduire l'entropie créée S_{cBC} et l'entropie créée au cours du cycle. Interpréter le résultat obtenu. Le cycle proposé est-il réalisable ? Le cycle inverse l'est-il ? Expliquer.

Nom :

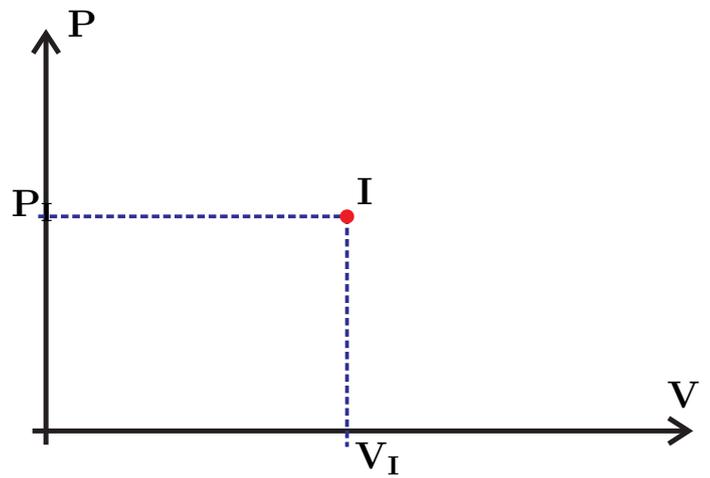
Diagramme de Watt



Réponse question 2



Réponse question 3



Réponse question 4